

НОВОЕ  
В ЖИЗНИ, НАУКЕ,  
ТЕХНИКЕ

ЗНАНИЕ



5/1978

СЕРИЯ  
ФИЗИКА

И.Ю. Кобзарев  
НЬЮТОН  
И ЕГО ВРЕМЯ

---

НОВОЕ  
В ЖИЗНИ, НАУКЕ,  
ТЕХНИКЕ

Серия «Физика»  
№ 5, 1978 г.  
Издается ежемесячно с 1946 г.

---

**И. Ю. Кобзарев,**  
доктор физико-математических наук

# НЬЮТОН И ЕГО ВРЕМЯ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЗНАНИЕ»  
Москва 1978

**Кобзарев И. Ю.**

**К 55**     **Ньютон и его время. Четыре очерка. М., «Знание», 1978.**

64 с. (Новое в жизни, науке, технике. Серия «Физика», 5. Издается ежемесячно с 1946 г.)

В очерках рассмотрены предыстория и содержание книги И. Ньютона «Математические основы естествознания» (1687 г.). Кратко анализируется также развитие механики начиная со времени Кеплера, приведшее к созданию механики Ньютона. Очерки рассчитаны на широкий круг читателей.

20401

53(09)  
22.3с

## Очерк I

В этих очерках рассказывается об обстоятельствах появления на свет в 1687 г. книги И. Ньютона «*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*» — «Математические основы естествознания» («философии природы» на языке XVII в.). Традиционное у нас название «Начал» соответствует названию перевода А. Н. Крылова «Математические начала натуральной философии».

Появление «Начал» — одна из заметнейших вех в истории науки, может быть, истории вообще. Это было появление на свет первой зрелой математизированной физической теории — механики тяготения. Основываясь на небольшом количестве постулатов — трех аксиомах движения и законе тяготения, Ньютон смог рассчитать не только движения планет, но и такие сложные неравномерные движения, как движение Луны с учетом его возмущения Солнцем или приливы.

«Начала» переиздавались много раз на многих языках, но по-настоящему история и предыстория их создания только сейчас начинает писаться по первоисточникам. Эти первоисточники обширны. Ньютон, по-видимому, мало что выбрасывал и хранил даже самые небрежные записи, после него остался огромный архив («Портсмутское собрание»). В 1872 г. была создана комиссия, в которую входили Адамс и Стокс, она издала каталог архива, но научная публикация и настоящее изучение этого и других архивов, связанных с Ньютоном, происходят только сейчас. Конечно, лучшие биографы Ньютона — от Фонтенеля до С. И. Вавилова —

в целом верно видели и Ньютона-человека и сущность сделанного им, настоящую картину его работы и жизни, с иногда очень неожиданными деталями мы начинаем видеть только теперь.

Попробуем понять, что за человек написал «Начала».

Ньютон родился в 1642 г.

Что это был за мир, в котором он родился и в котором ему предстояло действовать?

В первые годы его связи с людьми ограничивались пределами нескольких деревень и ближайшего города, к концу его жизни они охватывали Западную Европу, а иногда и выходили за ее пределы. Европейский мир, в котором родился Ньютон, был географически невелик. Его восточная граница проходила не очень далеко от тех мест, где когда-то вдоль Рейна и Дуная был построен вал, защищавший Римскую империю от варваров. Близость границы Римской империи к фактическим границам тогдашней Европы, конечно, не случайна — античное наследие, никогда совсем не забывавшееся, конечно, сыграло огромную роль в формировании мира, создавшего Ньютона. Граница научной Европы в новое время медленно сдвигалась на восток: Коперник родился и провел свою жизнь в восточной части Европы. На вторую половину жизни Ньютона приходится деятельность Петра I. Впоследствии Ньютон посылал Петру I «Начала», а Меншиков был избран членом Королевского общества. Вскоре будет основана Академия наук в Петербурге, членом которой станет Эйлер — один из тех математиков, работы которых определили следующий за ньютоновским этап развития небесной механики...

На юго-востоке граница Европы тогда обрывалась резко. Чуть южнее Вены Балканы перерезала граница Турции, захватившей территорию бывшей Византийской империи. Турки взяли в 1453 г. Константинополь, и это, как считают, помогло расцвету Возрождения: бежавшие из Константинополя греческие ученые привезли в Италию и рукописи античных авторов, и собственные знания.

В годы Ньютона турки продолжали наступать. Это наступление было повернуто вспять при его жизни, в 1683 г., когда объединенная армия под руководством польского короля Яна Собесского нанесла туркам,

осаждавшим в это время Вену, страшное поражение. Можно думать, что в этой беспокойной стороне Европы особых предпосылок для развития науки тогда не было. На юге и севере границы Европы шли по ее географическим пределам, на западе был океан, а за океаном — необъятные новые земли. Только что прошла пора великих географических открытий, открытия продолжались, и хотя большого места в сознании Ньютона географические темы не занимали, они все же время от времени появляются: Ньютон то читает курс географии, то занимается важной для мореплавания проблемой определения долгот, то обсуждает проблемы обучения в морском училище. Судьба Англии все теснее связывается с морем — уже началась английская колонизация Америки в 1620 г. на корабле «Мейфлауэр» приплыли первые поселенцы Новой Англии.

В самой Европе тогда существовал ряд сложившихся национальных государств, в том числе Англия, Франция, Голландия, Испания. Время, когда жил Ньютон, приблизительно совпадает с царствованием во Франции знаменитого короля Людовика XIV — «короля-Солнце», он жил с 1638 по 1715 г.

При Людовике XIV во Франции были основаны две академии. В 1635 г. основана Французская академия — та, что называют Академией 40 бессмертных; в академию были выбраны сорок человек, которые, как предполагалось, лучше других знали французский язык, и они должны были составить словарь французского языка. Вскоре, через 59 лет, они составили первое издание словаря. Эта работа продолжается и сейчас, по-прежнему члены Французской Академии собираются и обсуждают, следует ли включать очередное слово в словарь, если да, то какие у него могут быть грамматические формы.

Несколько позже, в 1666 г., была основана Академия наук. Одним из первых академиков-физиков в ней был Христиан Гюйгенс. В это же время членами Французской академии были Корнель, Расин, тогда же жил Мольер. Хорошее знание произведений этих писателей еще в XIX в. считалось необходимым для образованного человека.

Франция того времени являлась, несомненно, самой могущественной европейской державой, насчитывавшей около 15 миллионов жителей, у нее была самая боль-

шая в Европе армия, большой флот и великолепный двор, которому все остальные европейские правители старательно подражали.

Если Франция была самой могущественной, то самой передовой страной тогда была Голландия, недавно освободившаяся от власти Испании; в 1609 г. было заключено перемирие, которым закончилась война Нидерландской республики за независимость. Голландия была самой богатой, самой образованной и самой свободной страной Европы. Там жили философы, юристы, ученые, которых все читали и у которых учились.

Из них в истории механики наибольшую роль сыграли Декарт и Гюйгенс. Декарт был по происхождению француз, но жил в Голландии. Родился он в 1596 г., умер в 1650 г., когда Ньютон, наверное, ходил в школу. В 1644 г. вышла книга Декарта «Основы философии». Эта книга содержала полную теорию мироздания от Солнечной системы до человеческого сознания. Все явления на свете объяснялись с помощью эфира.

Книгу Декарта Ньютон изучал, его экземпляр содержит много неодобрительных пометок, хотя первоначально идеи Декарта Ньютону понравились, он даже писал, что некоторое время он был картезианцем. (Картезий — латинская форма фамилии Декарта.)

Из многих замечательных людей, живших в то время в Голландии, напомним еще Вермеера. На его картинах вы можете увидеть, как выглядела тогда Голландия; прекрасен и художник, и изображенный им мир.

В 1642 г. шла к концу знаменитая Тридцатилетняя война (1618—1648), в которой участвовал солдатом Декарт. После Тридцатилетней войны Германия осталась в крайне разоренном состоянии; раздробленная на множество мелких государств, участия в научном движении она почти не принимала, научные связи немца Лейбница были парижскими и голландскими.

Еще раньше, в XVI в., разгрому подверглась Италия. Творческий импульс эпохи Возрождения смог еще дать Галилея, но дальше наступил упадок — условия для науки были неблагоприятны. Характерно, что основная книга Галилея по механике вышла в 1638 г. уже в Голландии.

Ни на Севере Европы, ни в Испании и Португалии серьезной научной деятельности не наблюдалось.

По-видимому, Англия в это время была еще от-

стало́й страной, европейским захолустьем. Король Чарльз II, которого у нас обычно называют Карлом II, правивший Англией в годы молодости Ньютона, получал регулярную субсидию от Людовика XIV, так что он почти состоял у него на содержании.

Когда англичане, не без влияния основанного в 1660 г. Королевского общества, начинали модернизацию экономики, стремление догнать Голландию, видимо, играло какую-то роль. Вот начало названия одного памфлета: «Развитие Англии на суше и море или способ победить голландцев, не воюя с ними...» (из проекта Яррангтона развития экономики Англии от 1677 г.).

В тот год, когда родился Ньютон, в Англии шла революция. В результате конфликта парламента с королем Чарльзом I власть в Лондоне в 1642 г. перешла к парламенту, опиравшемуся на городскую милицию. Король бежал на Север и начал собирать войска. Начал собирать армию и парламент. Страна раскололась на два лагеря, вспыхнула гражданская война.

Войну эту выиграла армия парламента, которую в конце концов возглавил Оливер Кромвель. В 1649 г. король Чарльз I был казнен, а в 1653 г. Кромвель пришел с мушкетерами в парламент и после речи, содержащей слова «Довольно, довольно, я положу конец вашей болтовне», разогнал его, вскоре начался протекторат Кромвеля.

В 1658 г. Кромвель умер. В день его смерти в Англии разразилась сильная буря, продолжавшаяся три дня; есть предание, что это дьявол уносил душу протектора. В старости Ньютон с удовольствием рассказывал мужу своей племянницы, как он в день смерти Кромвеля поставил свой первый физический эксперимент. Ньютон в то время учился в школе, был мальчиком неловким, неуклюжим, сверстники, по его словам, его не любили, считая, что он скучный и хитрый. Ньютон, как он рассказывал, проигрывал физические состязания, но тем не менее продолжал в них участвовать. В день смерти Кромвеля ребята занимались прыжками в длину, соревнуясь, кто дальше прыгнет. Ньютон заметил, что, если подбирать момент прыжка, когда ветер достигает максимальной силы, то прыжок удлиняется. Выбрав правильное направление в момент прыжка, он выиграл состязание. Это он и называл в старости своим первым научным экспериментом.



В 1660 г. в Англии произошла реставрация королевской власти. Монк, один из генералов армии Кромвеля, захватил Лондон и созвал парламент, призвавший Чарльза II на престол. Чарльзу II не нравилась проведенная в эмиграции молодость — ему нравилось жить во дворце в свое удовольствие. Он остерегался слишком активно вмешиваться в политику. Годы его царствования (1660—1685) — это годы ожесточенной борьбы за власть в парламенте и стране между группировками тори и вигов (тори и виги соответствовали сторонникам короля и парламента во время гражданской войны). Эта борьба за власть, по существу, продолжавшая гражданскую войну, была тяжелой и жестокой, Чарльз II мало в нее вмешивался. После его смерти на престол вззошел король Джеймс II (его имя обычно переводят как Яков). Джеймс II с исключительной активностью проводил ультраправую, «правее тори», политику, его вмешательство в политику очень быстро, через три года, привело к тому, что произошел государственный переворот и власть он потерял. Английским королем стал призванный из передовой Голландии Вильгельм III Оранский. Это было то, что в английской литературе называют «славной революцией» (1688 г.).

В результате к власти пришла партия вигов. Эта партия с небольшим перерывом оставалась у власти всю остальную жизнь Ньютона и еще долгое время потом. После переворота 1688 г. государственный строй Англии в формальном смысле слова уже не менялся (хотя, конечно, реально он испытал огромную эволюцию). Таким образом, Англия последних десятилетий жизни Ньютона и современная Англия связаны непрерывной линией развития.

Ньютон жил долго (он прожил 84 года). Время и после 1688 г. было все еще беспокойным, были заговоры, войны, политические весы качались. Ньютон был политически связан с вигами — он, в частности, был членом учредительного парламента 1688 г., установившего основы послереволюционной власти. Политические повороты сказывались и на нем лично. В короткий период в начале XVIII в., когда власть была у тори, его не избрали в парламент, хотели лишить должности. В целом, однако, больших потрясений не было ни у него, ни в Англии вообще.

С приходом на престол Вильгельма III началась се-

рия войн, которые Англия и Голландия в союзе с другими странами континента Европы вели с Францией. Эти войны к концу царствования Людовика XIV, еще при жизни Ньютона, подрывали французское преобладание в Европе. Они были началом того периода войн Англии и Франции, который историки называют иногда второй Столетней войной. Этот период закончился, собственно, только в 1814 г. поражением Франции.

Вот в этой Англии, готовившейся к большому броску вперед, родился Ньютон. Отец Ньютона умер прежде, чем сын появился на свет, воспитывали его то мать, то бабушка. Он был сыном фермера, по происхождению принадлежал к йоменам — средневековому сословию свободных крестьян.

Что это значило — быть фермером в Англии в то время?

Англия в то время была страной с маленьким населением. Численность его была известна, так как со времен Вильгельма Завоевателя, хоть и редко, проводились переписи, согласно которым в начале века население составляло около 4 миллионов. Самый большой город в Англии был Лондон — около 200 тысяч человек.

По оценкам специалистов, от 80 до 90% населения жило в деревне. Феодальное закрепощение было ликвидировано. Значительная часть крестьян была грамотна, а более обеспеченный слой земледельцев — даже и неплохо образованными людьми.

Английский историк Тревелиян цитирует дневник, который вел йомен Адам Эр. Это, наверное, несколько необычно для крестьянина: вероятно, не все вели такие дневники. Он начал вести дневник в 1647 г., когда вернулся домой из армии Кромвеля. В первый год пребывания дома он построил книжные полки и постоянно покупал книги — либо при поездках в город, либо их ему присылали. Адам читал «Всемирную историю» Рэли. Эта книга была популярным чтением в Англии того времени, ее рекомендовал своему сыну и Кромвель. Читал «Похвалу глупости» Эразма Роттердамского, читал руководство для местных судей. Последнее могло быть полезным и практически, в Англии того времени земельные тяжбы были распространенным явлением. Адам читал много религиозных книг, занимался этим обстоятельно. Он прочел доклад Базельского церковного собора и записал, что там, «как во всех человеческих

действиях», почти ничего нет, кроме коррупции. В другой раз он выразил удивление по поводу разнообразия человеческих мнений, обнаруженного им при чтении.

Нотстейн — историк, нашедший дневники, утверждал, что Адам Эр не был религиозным, а читал религиозную литературу так, как теперь читают газеты, просто это было стандартное чтение его времени. Идеологией гражданской войны была религия, одна разновидность религии была у армии парламента, другая — у королевской армии. Политика мешалась с религией, и книги о религии читали как политические памфлеты.

Трудно сказать, был ли Адам религиозным, но Ньютон религиозным был. Он вырос в обстановке теологических споров, к религии относился серьезно, никаких следов скепсиса в вопросах веры у него не увидишь. Для него конфликта между наукой и религией не было. Ньютон считал, что мудрость господня открывается равно и в строении природы, и в священных книгах. Изучать и то, и другое есть дело богоугодное. В Англии конфликт церкви с наукой относится ко временам, гораздо более поздним; он возник во времена Дарвина. Ньютонские же представления об упорядоченном, гармоничном мироздании как раз казались говорящими в пользу существования божественного разума.

Ферма в деревне Вулсторп, где родился и жил в детстве Ньютон, была относительно богатой (двухэтажный каменный дом до сих пор сохранился). Земли сдавались в аренду, сохранились счета, написанные рукой Ньютона, который ходил, собирая арендную плату с крестьян-съемщиков, на ферме были слуги.

Ньютон учился в школах — сначала в ближайших деревенских, потом в соседнем городке Грэнтеме.

В 1658 г. мать забрала его из школы, заставила помогать на ферме. Ему это не нравилось. Рассказывали потом истории о том, как его посылали со слугой в Грэнтем продавать зерно на рынок; он отправлял на рынок слугу, а сам шел читать книги из библиотеки школьного учителя, с которым был близок.

В общем, довольно быстро поняли, что на ферме он не хозяин, и отпустили его обратно в школу. А в 1661 г. отдали его в университет в Кембридж, в Тринити-колледж, учиться дальше.

В школе его научили арифметике, научили читать, писать, читать на латинском, древнегреческом и древне-

еврейском. Очевидно, учитель готовил его к поступлению в университет.

Что представлял собой Тринити-колледж? Это было еще средневековое заведение полумонастырского типа, как все тогдашние университеты. Там было примерно 200 студентов, 60 так называемых членов колледжа и 3 профессора.

Было два типа студентов. Одни — вероятно, тогда их было большинство — готовились к тому, чтобы стать клириками — получить какое-нибудь место в системе церковных должностей. Другие — меньшинство — молодые люди из дворянских семей, которые тогда уже считали, что образование есть дополнительный козырь на государственной службе. Такие люди впоследствии были и среди учеников Ньютона. Упорядоченного прохождения одного курса за другим не было. У каждого студента был руководитель (тьютор), который следил, чтобы студент занимался, не пьянствовал и т. д.

Ньютон приехал в Тринити очень серьезным человеком; вот первое его сохранившееся письмо другу:

«Мне все говорят, что Вы больны. Я искренне сожалею, но еще больше я огорчен тем, что, как мне сказали, Вы заболели из-за пьянства. Я искренне желаю, чтобы Вы прекратили пьянство и занялись восстановлением Вашего здоровья. И если бог пошлет Вам выздоровление, то постарайтесь вести дальше здоровый и трезвый образ жизни. Это будет очень приятно для всех Ваших друзей и особенно Вашему любящему другу.

Исаак Ньютон, 1661 год».

Письмо это сохранилось по случайным обстоятельствам. Дело в том, что тьютором, который должен был присматривать за Ньютоном в первый год его жизни в колледже, был Бенджамен Пуллейн. Пуллейн был профессором-эллинистом, занимал кафедру греческого языка. Эта кафедра была знаменитой, ее первым профессором был Эразм Роттердамский, а саму кафедру основал Генрих VIII, который потом казнил Томаса Мора, друга Эразма.

Пуллейн учил Ньютона языкам, при этом Ньютон упражнялся в транскрипции. (Транскрибировать — это значит писать слова так, как они произносятся). Упражняясь, Ньютон транскрибировал это письмо, так оно и сохранилось.

По-видимому, Ньютон у Пуллейна занимался тем,

чем ему полагалось, в частности, он создавал философский язык. Это было занятие, модное в то время. Лейбниц, который был современником Ньютона; тоже создавал философский язык.

В чем была идея философского языка?

Латынью были недовольны и хотели создать новый язык, который имел бы логическую структуру, т. е. чтобы в нем образование слов, связь слов подчинялись бы не прихотям истории языка, а требованиям логики. Ньютон построил классификацию всех вещей и явлений в мироздании. Это были: звери, птицы, орудия труда, чувства, болезни и т. д. Все живые существа начинались с буквы «*t*», все орудия труда — с буквы «*s*» и т. д.

Образование слов шло по такому принципу. Скажем, *tol* — художник, «*tolu*» — побуждение к рисованию. С помощью суффиксов и префиксов он образовывал слова, связанные с основным корнем:

*told* — то, что нарисовано;

*toldr* — сущность нарисованного предмета;

*tolp* — главная цель работы художника;

*tolb* — побочная цель работы художника.

Видно, что молодой Ньютон был очень методичным человеком.

Таким образом он создал словарь, в котором содержалось около восьмисот корней и частиц, но затем бросил это занятие. Ньютон пребывал в то время в плохом настроении. У него был своеобразный метод учебы: он писал какую-нибудь фразу по-английски, а потом переводил на древнееврейский, древнегреческий, на латынь и т. д., т. е. на языки, которые изучал. Себя он всегда называл в третьем лице и фразы выбирал мрачные, типа «на что он годится?»

В 1663 г. в Кембридже появился новый профессор Барроу. Ньютону очень повезло, потому что он мог бы с Барроу и не встретиться. Барроу был и раньше профессором в Кембридже, но с режимом Кромвеля у него сложились плохие отношения и он был вынужден уехать из Англии. Он отправился странствовать по Европе, посетил Ближний Восток, путешествовал вплоть до смерти Кромвеля и вернулся в Англию в 1659 г. Сначала он получил кафедру греческого языка в Оксфорде, а в 1663 г. перешел в Кембридж, где занял новую математическую Люкасовскую кафедру.

Барроу, тогда еще молодой, всего на 12 лет старше Ньютона (годы его жизни 1630—1677), был человеком живым, остроумным, многосторонне талантливым. Он был образованным филологом, занимался физикой, наиболее значительным его вкладом в науку остались его работы по математике. В 1663 г. Барроу стал тьютором Ньютона и, наверное, именно тогда у Ньютона изменилось настроение. Вероятно, к этому времени относится запись «Фантазия усиливается пребыванием на свежем воздухе, постом, умеренным потреблением вина, но портится от пьянства, разврата и слишком усердного учения». Начиная с осени 1664 г. материалы из архива уже обнаруживают обширное и глубокое знание тогдашней математической литературы, с этого же времени начинается и его творческая работа.

Кроме научных, Ньютон читал и популярные книги. Две из них он даже законспектировал. Это были книги с характерными для духа того времени названиями, написанные членами недавно основанного Королевского общества: «Математическая магия» Уилкинса и «Мистерии природы и искусства» Бейтса.

Королевское общество было основано недавно, в 1660 г., но собрания, по существу, научные семинары, происходили и раньше. Его члены, к которым принадлежал и Барроу, считали себя сторонниками новой философии, ее признанным основоположником в Англии был Ф. Бэкон.

Эта новая философия, новая наука должна была основываться не на традиции, а на опыте, и целью ее была не мудрость, как предполагалось раньше, а власть над природой.

Сама идея знания, как средства достижения власти над вещами и людьми, уходит в далекое прошлое. В средние века носителями ее были люди склада алхимиков, или магов, или и того и другого. То, что Ньютон впоследствии занимался алхимией, не нужно считать странным, это полностью находилось в русле традиции, которой он следовал. С этой магической традицией можно связать и слово «магия» в названии книги Уилкинса.

Целью людей, занимавшихся алхимией, было достижение богатства и власти. Сначала речь шла о том, чтобы делать золото. Новым элементом по сравнению с деятельностью алхимиков, появившимся в XVII в.,

было применение точных методов, научно поставленного эксперимента, математики. К этому времени превращение элементов в золото перестало быть основной целью. Вот что писал Гленвилл, также принадлежавший к первым членам Королевского общества, в книге «О суетности догм»:

«Несомненно, что развитие наук необычайно увеличивает возможность человечества. Нам станут доступными Южные моря. Может быть, Луна станет столь же доступной, как Америка. Для наших потомков купить пару крыльев будет столь же естественным, как для нас пару башмаков. Станет возможным разговаривать с человеком, находящимся в Индии, как будто он стоит рядом в комнате, превращать пустыни в плодородные земли и, наконец, восстанавливать волосы».

Как видите, он расположил задачи в совершенно правильном порядке, и последняя оказалась самой сложной и по сию пору не решенной. Что касается полетов на Луну, то люди в те времена уже знали ракетный принцип, так что можно себе представить, что Гленвилл мог догадаться, как добраться до Луны. Тут чуда нет, а вот как он догадался о возможности разговаривать с Индией? Он верил в телепатию, ставил эксперименты, проверяя, есть ли передача мыслей на расстоянии, и считал, что, по-видимому, есть. Отсюда следовал логический вывод, что если существует телепатия, то можно и нужно ею овладеть, а овладев, научно улучшить.

Книги о примерно таких вещах должен был читать и конспектировать Ньютон.

Многое он, наверное, узнал непосредственно от Барроу; многое из того, чем впоследствии занимался Ньютон — теория цвета, телескопы, математический анализ, прямо совпадает с кругом интересов Барроу.

Если теория цветов Барроу была средневековой и тут Ньютон много от него узнать не мог, то в математике он сделал много интересного. В частности, ему принадлежит установление связи между операциями интегрирования и дифференцирования, иногда ошибочно приписываемое Ньютону.

Мануэль, автор известной биографии Ньютона, пишет, что Ньютон подражал Барроу даже во всех его внешних привычках. Барроу, например, имел привычку очень мало спать, 5—6 часов в сутки, и Ньютон тоже.

Далее, Барроу был очень небрежен в одежде, и Ньютон тоже. Наконец, как Ньютон, так и Барроу никогда не доводили до конца своих работ, а передавали их на доработку своим ученикам. Все эти доводы звучат не очень убедительно.

Но действительно, Барроу свои лекции по геометрической оптике поручил издавать Ньютону, и в предисловии его поблагодарил, написав, что эти лекции были любезно отредактированы блестящим молодым ученым Ньютоном.

Однако дотошные исследователи, которые изучали эти лекции, утверждают, что Ньютон это сделал очень плохо; много было ошибок в формулах, и вообще отнесся он к работе невнимательно. Если Барроу и знал об этом, то это не ухудшило, как мы увидим, его отношения к Ньютону.

В 1665 г. Ньютон окончил колледж, получил степень бакалавра и стал членом колледжа. При этом он дал обет безбрачия, как требовал устав. До этого у него было что-то вроде помолвки, но когда он вступил в члены колледжа, эта помолвка (или полупомолвка) по взаимному согласию была расторгнута.

В 1669 г. Барроу послал работы Ньютона по математике человеку по фамилии Коллинз, который был членом английского Королевского общества и своего рода «журналом».

В то время научные журналы только появлялись, обычной формой публикации была книга — неудивительно, что едва ли не основную роль в научном общении играли такие люди — «почтовые ящики» или «журналы». Им присылали письма с сообщениями о новых научных результатах и они, прочтя их, сообщали то, что считали нужным, тем, кто, по их мнению, был в этом заинтересован.

Таких людей — «почтовых ящиков» в Королевском обществе тогда было двое. Один имел официальную должность научного секретаря. Это был Ольденбург. Другим таким человеком был Коллинз, который просто хорошо умел вести такую переписку.

Барроу послал Коллинзу записку, в которой написал о работе Ньютона, что она принадлежит его другу, «экстраординарному гению» в такого рода вещах. Эти слова в английском языке звучали, как «исключительно сильный теоретик»; слово «гений» не имело тогда той



несколько мистической окраски, которую оно имеет сейчас.

Коллинз разослал эту работу специалистам и получил благоприятные отзывы, после чего Барроу написал второе письмо, в котором сообщил, что работа принадлежит Ньютону (в первом письме по неизвестным нам соображениям он его не назвал), и попросил Коллинза, чтобы тот показал работу Ньютона лорду Броункеру. Лорд Броункер занимался математикой и его результаты упоминаются в книгах по истории математики, кроме того, он был влиятельным человеком в Королевском обществе, а впоследствии — его президентом.

В этом же 1669 г. Барроу уехал в Лондон, получив там место. Как было обычным для профессора, он имел сан священника. Барроу был человеком с обширными связями, он получил место придворного священника при дворе Чарльза II, а Люкасовская кафедра была отдана Ньютону.

Ньютону было тогда 27 лет. Бернал в своей книге «Наука и общество» написал, кажется, с некоторым неодобрением, что Барроу добился назначения на свою кафедру человека, который, до этого времени еще «ничего не опубликовал и не привлек к себе особого внимания». Может быть переписка Барроу — Броункер и назначение Ньютона связаны.

В 1672 г. Ньютон был принят в Королевское общество и в этом же году представил туда две работы. Одна из них была оптическая — «Новая теория света и цветов», а другая математическая, в которой он излагал результаты по дифференциальному и интегральному исчислению, имевшиеся у него к тому времени.

Работа «Новая теория света и цветов» была перепечатана в журнале «Успехи физических наук» в 1927 г. к двухсотлетию со дня смерти Ньютона. Она производит поразительное впечатление своей логичностью и мастерством.

Эта статья после ее опубликования вызвала большую полемику. Были приоритетные претензии, в общем неосновательные, и были возражения, в общем ошибочные.

Полемика вызвала у Ньютона раздражение. Впоследствии он писал, «что философия столь сутяжная дама, что связываться с ней все равно, что затеять тяжбу в суде». Сначала переписка Ньютона по поводу тео-

рии света была очень большой. Если вопросы и возражения казались ему компетентными, он писал обстоятельные ответы, в противном случае — ответы раздраженные. Но по мере того, как эта переписка исчерпывается, научная корреспонденция почти исчезает. Вообще Ньютон сводит контакт с внешним миром почти к нулю, ничего не печатает, переписка его резко уменьшается.

С 1672 по 1684 г., двенадцать лет, Ньютон живет очень замкнуто в Кембридже, общаясь с немногими людьми, больше всего с кембриджскими и оксфордскими профессорами. Он был известен как выдающийся математик, хотя так ничего по математике и не опубликовал. Со своими друзьями он беседовал и вел переписку не только на научные, но и на богословские темы — Ньютон был знатоком богословия. В собрании его рукописей имеются обширные богословские трактаты.

Читал он лекции, которые плохо понимали и мало посещали. Курсы были самые разные. Ньютон читал оптику (эти лекции изданы С. В. Вавиловым — единственное издание нашего времени), читал элементарный курс математики, один год читал географию, видимо, в связи с этим он переиздал учебник географии Варениуса, снабдив его примечаниями. Сохранилась переписка по поводу издания этого учебника. Было много хлопот с подготовкой карт...

В 1684 г. к Ньютону приехал молодой астроном Галлей с просьбой объяснить, почему планеты движутся по эллипсам. Это вызвало необычайный взрыв творческой энергии: за 18 месяцев были созданы «Начала». В 1687 г. книга вышла в свет. И в том же году Ньютон оказался участником серьезного политического конфликта.

Король Джеймс II предписал Кембриджскому университету даровать монаху-католику Френсису звание магистра. Это нельзя было сделать, не нарушая тогдашних антикатолических законов. Университет отказался. Тогда представители университета были вызваны в Лондон на расследование, которое должен был вершить Джеффрис — фигура тогда для вигов зловещая и страшная. Первое столкновение с Джеффрисом, по-видимому, испугало членов делегации, и тогда Ньютон написал письмо кому-то из ее членов, в котором гово-

рится: «Все честные люди, следуя божескому и человеческому закону, должны повиноваться законным повелениям короля. Но если королю посоветовали потребовать то, чего по закону сделать нельзя, никто не может быть наказан, если он отказывается это сделать».

Столкновение кончилось вничью — слабость власти Джеймса уже давала о себе знать, а через год, в 1688 г., Джеймс II оказался в эмиграции во Франции, а Ньютон — членом парламента, законодательные акты которого сформировали государственный строй новой Англии.

Последующие 8 лет, о которых мало что известно, он по-прежнему в основном жил в Кембридже. В 1691—1693 гг. Ньютон перенес психическое заболевание не очень ясного характера. Может быть, оно было вызвано переутомлением в течение предыдущих напряженнейших лет, может быть, и нет. В эти же годы Ньютон много занимался алхимией. Мы знаем, что научной химии еще не было, она появилась только в эпоху Лавуазье, и Гете занимался алхимией еще в конце XVIII в.

Видимо, именно занятия алхимией привели Ньютона к блестящим догадкам о природе вещества — о иерархии все более прочно связанных и все более и более мелких составных элементов материи.

По-видимому, к этому времени жизнь в Кембридже начинает тяготить Ньютона, может быть, кроме каких-то более сложных мотивов еще и потому, что должность профессора была малоодоходной.

Так или иначе в 90-е годы появившиеся у Ньютона в Лондоне друзья начинают искать ему место. В конце концов оно нашлось. Согласно версии историка Маколей, жившего в XIX в., это произошло так. Свергнув Джеймса II с престола, Англия оказалась в войне с Францией. Война вызвала расстройство денежной системы, одним из ее аспектов было изобилие фальшивой и испорченной монеты (теперь это было бы названо инфляцией). Группа из четырех человек, в том числе Ньютон и Локк, подготовила проект реформы. Локк помнят сейчас как философа, автора книги «Опыт о человеческом разуме», но он интересовался многими вещами, в том числе и алхимией, переписывался с Ньютоном на алхимические темы; интересовался он и экономикой (в то время большой специализации ученых еще не было).

Маколей не назвал источников, откуда он это взял. Вообще, про него пишут, что он иногда был легкомысленным в интерпретации источников, но, возможно, он имел доступ к каким-то архивам, которые позднейшие биографы Ньютона не использовали.

Так или иначе, но в 1696 г. Ньютон уехал из Кембриджа и стал управляющим, а потом директором монетного двора в Лондоне. Его друг Галлей стал директором другого монетного двора в провинции (всего в Англии было шесть монетных дворов). Они быстро наладили чеканку монеты и успешно провели финансовую реформу. Через два года Галлей оставил монетный двор и уехал в южные моря измерять склонение магнитной стрелки, а Ньютон был директором монетного двора до самой смерти.

Ньютон был в то время уже национальным достоянием. Его принимали при дворе, он беседовал в салонах на разные темы, преимущественно теологические, потому что разговаривать в салонах на естественно-научные темы было, конечно, затруднительно.

В 1703 г. Ньютон стал президентом Королевского общества.

В течение всего Лондонского периода жизни — почти 30 лет Ньютон мало по-настоящему занимался физикой, математикой и астрономией. Тем не менее, отдельные работы и результаты этого периода показывают, что удивительная проницательность не оставляла его до глубокой старости.

А вообще хлопот у великого человека было много. Например, в обязанности начальника монетного двора входило вести сыск и следствие по делам о фальшивомонетчиках, и Ньютон регулярно, каждую неделю, ходил в соответствующее место и слушал сообщения осведомителей и показания фальшивомонетчиков. Лондонские фальшивомонетчики его страшно боялись, за один 1697 г. он передал в суд дела, по которым было казнено около двадцати фальшивомонетчиков.

Все, что делал Ньютон, он делал с исключительной добросовестностью и настойчивостью, и все у него получалось. Когда он шлифовал зеркало телескопа — получалось; когда ему надо было проводить оптические опыты, они были изумительно четкими, программа экспериментов доказательной, вычисления он делал пре-

красно. Когда он занялся полемикой с Лейбницем по вопросу о приоритете, то свел, можно сказать, Лейбница в могилу. Вот таким был человек, который создал небесную механику.

## Очерк II

Механика Ньютона возникла не на пустом месте, а была завершением длительного, совсем не прямолинейного развития. Три человека оказали наибольшее влияние на формирование начальных условий того, что происходило при жизни Ньютона: Галилей, Кеплер и Декарт. Все трое жили на поколение раньше Ньютона и их уже не было в живых, когда Ньютон начал работать, годы их жизни: Галилей 1564—1642, Кеплер 1571—1630, Декарт 1596—1650; напомним, что Ньютон родился в 1642 г.

Для Ньютона и его современников механика Ньютона была прежде всего развитием механики Галилея. У молодого Ньютона книги Галилея были, видимо, настольными, он пользовался ими так же, как современный физик пользуется курсом теоретической физики Ландау и Лифшица и таблицами Розенфельда.

Кеплера Ньютон, скорее всего, не читал; по-видимому, Кеплера в то время вообще мало читали. Три закона движения Кеплера знали, они вошли в научный обиход. Напомню, что эти законы, которые Кеплер нашел эмпирически, утверждают, что: 1) планеты движутся по эллипсам, с фокусом в Солнце; 2) радиус-вектор, соединяющий планету с Солнцем, заметает равные площади в равные времена; 3) квадраты периодов обращения  $T^2$  пропорциональны кубам больших полуосей.

Именно попытки найти динамическое объяснение законов Кеплера определили развитие небесной механики, но его книги с их фантастическими построениями уже ничему не могли научить; его представления о динамике были комбинацией из формулировок Аристотеля и фантастики. Тем не менее сама постановка задачи — объяснить движения планет действием сил — в книгах Кеплера уже присутствует.

Сама идея сил существовала до Кеплера и возникла еще в средние века. В XIII—XIV вв. схоласты учили, что всем телам присуще свойство (акциденция) стре-

миться к центру мира. Это стремление заставляет камень падать на Землю, а если вы разобьете Землю на куски, то эта акциденция заставит куски соединиться в центре мира, где покоится Земля. Кеплер сделал важный шаг вперед: он был коперниканцем, поэтому он был вынужден отказаться от представления о центре мира и предположить, что тела притягиваются не к центру мира, а друг к другу.

Идея взаимного притяжения тел очень укрепилась, когда естествоиспытатели стали в начале XVII в. заниматься магнитами (книга о магните англичанина Гильберта вышла в 1600 г.).

Как уже говорилось, механика Кеплера была совершенно фантастической. Он считал, что Солнце, вращаясь, увлекает за собой планеты, это порождает силу, действующую по перпендикуляру к радиусу. По Аристотелю он считал, что скорость пропорциональна силе:  $v \sim F$ . Кеплер хотел получить отсюда свой второй закон, для этого нужно считать, что перпендикулярная к радиусу компонента скорости  $v_{\perp} \sim 1/r$ . Уже в то время было очевидно, что если сила действует во все стороны, то  $F \sim 1/r^2$ , что Кеплеру не годилось. Тогда он предположил, что поскольку все планеты лежат в одной плоскости, сила не тратится понапрасну, а распространяется только в плоскости, где движутся планеты. Ему было очевидно и то, что тогда  $F \sim 1/r$ , и это объясняло второй закон... Кеплер думал о многом, в частности, о том, что Луна вызывает приливы. Однако создать последовательную теорию он не мог, потому что в его руках не было механики.

В начале века идея всемирного тяготения была распространена и популярна. Одним из людей, писавших о тяготении, был Роберваль (1602—1675), совсем немного не доживший до появления книги Ньютона. В 1644 г. Роберваль издал книгу, в которой развивал идею всемирного тяготения и пытался объяснить с его помощью устройство Солнечной системы. Для того чтобы было видно, как все это выглядело, я приведу цитату из Роберваля:

«Всей системе Земли и элементам земным и каждой части этой системы присуща известная акциденция или известное свойство... Силой этого свойства все части этой системы соединяются в одну массу и взаимно друг к другу притягиваются. ...Но различные части земных

тел обладают этим свойством или этой акциденцией в неравной степени, обладая им в тем большей степени, чем они плотнее...».

Роберваль считал, что части Солнца также друг друга притягивают. Кроме того, Солнце у него притягивало планеты. Понимал ли он, что на самом деле тяготение универсально, планеты притягивают друг друга и всё притягивает всё, кажется, не выяснено; я думаю, что он не ставил вопрос с полной четкостью и поэтому не имел ответа — ни верного, ни ошибочного.

Хотя книга Роберваля вышла уже после «Бесед» Галилея, где ускорение было связано с силой, Роберваль еще этой связи не знал. Сила тяготения у него уравнивается архимедовой силой, возникающей в эфире, в который, как он считал, погружены планеты.

Роберваль был серьезным ученым, много сделавшим в математике, в статике (теории равновесия сил). Он был один из семи первых членов секции геометрии французской Академии наук (в современной терминологии это была физико-математическая секция). Он не был невежествен в своем непонимании динамики — таково было состояние науки его времени.

Действие Солнца на планеты обсуждал французский астроном И. Буйо (или в латинизированной версии Буллиальд). Ему принадлежали точные измерения планетных орбит, которыми пользовался Ньютон в «Началах», когда он сравнивал свою теорию с опытом. Он представлял действие Солнца на планеты так же, как Кеплер, но считал, что сила должна падать, как  $1/r^2$ .

Казалось бы, к сороковым годам века возникает ясно поставленная задача — построить динамику, которая объясняла бы движение тел под действием тяготения, но дальше развитие пошло по другому пути, потому что средневековые теории тяготения были опровергнуты Декартом, который всех убедил, что они неверны: силы не могут действовать на расстоянии, эта идея антинаучна, схоластична. На самом же деле взаимодействие возможно только при контакте, т. е. при соприкосновении; все должно происходить через удары, все в механике должно сводиться к соударениям. Исходя из этой идеи, Декарт построил полную теорию мира от космогонии до физиологии. Предполагалось, что Солнечная система возникла из эфирного вихря, более тяжелые элементы образовали Солнце и планеты, оставшийся эфир-

ный вихрь продолжает крутиться и увлекать за собой планеты. Все это было суммировано в книге «Основы философии» (1644 г.), ставшей очень популярной.

Взгляды Декарта оказали очень сильное воздействие на тогдашнее научное сообщество, в особенности во Франции и Голландии, где его связи были весьма обширны. Программа построения физики близкодействия, свободной от мистических акциденций, была принята наиболее активными физиками, определенную дань отдал ей даже Ньютон в 70-е годы. Мы должны сейчас признать, что Декарт был прав и дальное действия не существует. Для электромагнитных сил теория близкодействия была создана Максвеллом, для гравитации — Эйнштейном, и даже язык теории в последней квантовой форме чем-то напоминает язык Декарта — импульс всегда переносится частицами (правда, они могут становиться необычными — виртуальными). Разумеется, в XVII в. программу Декарта нельзя было реализовать, а акциденции правильно описывали наблюдаемые факты, хотя и были «непонятны».

В отличие от Кеплера и Декарта Галилей не пытался построить ни полной теории мира, ни даже Солнечной системы. Он любил конкретные задачи, сделал много блестящих работ, еще больше осталось замыслов — обо всем этом рассказать здесь невозможно.

В 1609 г. Галилей построил телескоп и стал систематически применять его для астрономических наблюдений. Открыл он при этом многое, в том числе увидел четыре спутника Юпитера. Это было очень важное открытие: Галилей как бы увидел модель Солнечной системы. Свои результаты он изложил в книге «Звездный вестник» (1610 г.). Наблюдения его совершенно убедили (хотя он, кажется, и раньше мало в этом сомневался) в справедливости системы Коперника. В 1632 г. он издал «Диалоги о двух системах мира». Книга эта была написана на итальянском языке, у Ньютона был английский перевод, сделанный в 1661 г.

Написав свою книгу в форме диалогов, Галилей, может быть, следовал образцу Платона, очень чτιмого тогда в Италии. В книге четыре дня обсуждения — четыре диалога. Здесь много публицистики: новая наука, основанная на опыте, противопоставляется схоластике, основанной на авторитете. Но есть и вещи, прямо связанные с механикой. С самого появления си-



системы Коперника ее противники возражали против движения Земли, утверждая, что с движущейся Земли предметы улетят. Уже задолго до Галилея нашли контраргументы, заметили, что на движущемся корабле все происходит так же, как на неподвижном. Это очень красочно и наглядно описано в «Диалогах»: описывается, как капает вода из сосуда на движущемся корабле, как падает камень с мачты. Объясняется, что движение корабля не сказывается на таких явлениях из-за того, что капля и камень сохраняют свое движение — таким образом, здесь неявно используется первый закон механики: инерция движения. Галилей, однако, считал, что прямолинейное движение сохраняется только для движений в малом масштабе, в космическом же «естественным», сохраняющимся является круговое.

Впрочем, у него вообще не было последовательно сформулированной системы принципов. В частности, он не отделял полностью космогонии от динамических законов: он писал, что равномерное и прямолинейное движение могло существовать в начальном, хаотическом состоянии мира, а потом в упорядоченной фазе должно было перейти в круговое. Рассматривал он и такую картину: планеты, падая на Солнце, приобретают скорость, а затем переходят в состояние кругового движения.

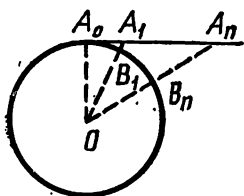


Рис. 1

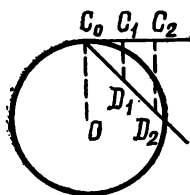


Рис. 2

Если естественным является круговое движение, то камень, лежащий на Земле, не улетает из-за того, что он «естественно» вращается вместе с ней, но вопреки этому Галилей все же понял, что дело здесь в тяготении. Это обсуждается на 2-й день. Галилей ясно видел аналогию между вращением Земли и вращением колеса. Но с вращающегося колеса в силу закона инерции ка-

мень слетает по прямой. Пусть теперь Земля вращается вокруг оси  $O$  (рис. 1). Если бы тяжесть не действовала, тело улетело бы по касательной. При этом расстояние  $A_n B_n$ , на которое тело удалялось бы от поверхности сферы, росло бы как  $t_n^2$  (при условии, что  $t_n$  не слишком велико), где  $t_n$  время движения и  $A_0 A_n = v t_n$ . Вы видите, что оставалось немного для того, чтобы найти центростремительное ускорение и полностью решить задачу.

Но этого Галилей не сделал, его рассуждения пошли дальше по странному пути. Галилей хочет доказать, что самое легкое тело, как бы медленно оно ни падало, не должно улететь. Для этого он рисует диаграмму скоростей (рис. 2), на которой  $C_n D_n$  растут линейно со временем, и говорит, что так как  $A_n B_n$  на предыдущем рисунке растут квадратично, то при достаточно малом  $t$   $DC$  будет больше  $AB$  и, значит, даже самое легкое тело не улетит. Дальше Галилей объясняет, что на самом деле скорость падения не пропорциональна весу, но выводов не делает. Дальнейшие рассуждения, качественные, не очень ясные, кончаются утверждением, что способность колеса сбрасывать камни пропорциональна отношению  $v/R$  и поэтому Земля так же мало способна сбросить камень, как колесо, делающее один оборот за 24 часа.

Прошло почти 30 лет, прежде чем Гюйгенс довел рассуждение Галилея до конца и вывел формулу центростремительной силы.

«Диалоги» вызвали инквизиционный процесс над Галилеем, который, кажется не произвел на него большого впечатления, так как в 1635 г. он переиздал их в Голландии на латинском языке, а в 1638 г. издал там же «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению».

«Беседы» также построены в форме диалогов, которые на этот раз происходят в течение шести дней. Первые два дня обсуждаются самые разные вещи: от того, как измерить скорость света, до акустики и сопротивления балок изгибу, что Галилей относил к механике. Наибольшее значение для дальнейшего имело содержание третьего и четвертого дней, посвященных обсуждению местных движений. Под местными движениями Галилей понимал, по-видимому, движения, при которых пройден-

ные расстояния малы по сравнению с радиусом Земли.

Здесь последовательно рассмотрены равномерное и равноускоренное движение и, наконец, движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Для равноускоренного движения Галилей на графике выводит закон движения, эквивалентный формуле  $s = \frac{1}{2}at^2$ , и описывает эксперименты, доказывающие, что этот закон справедлив для движения по наклонной плоскости.

Переход к движению брошенного тела начинается с утверждения, что тело, движущееся по горизонтальной плоскости, не встречая сопротивления, не изменяет скорости, откуда дальше делается вывод, что если тело достигнет края плоскости, то дальше оно будет двигаться «сложным движением», состоящим из равномерного горизонтального и естественноускоренного движения. Здесь Галилей подошел близко к закону инерции, и здесь мы видим уже прообраз схемы двух первых законов — инерциальное равномерное движение и ускоренное, вызванное тяжестью. Все это еще неотчетливо. В отличие от Ньютона Галилей относил всю схему только к местным движениям; он по-прежнему считал, что для планет естественным движением является круговое, так что, приписав впоследствии первый и второй законы механики Галилею, Ньютон не был очень точным. Скорее они были освоены постепенно. Например, точную формулировку 1-го закона можно найти у Декарта.

Сводя случай тела, брошенного под произвольным углом, к случаю описанного выше движения (используя при этом неявно также обращение по времени), Галилей получил, что траектория будет параболой, и подробно рассмотрел все возникающие зависимости. Результаты представлены в виде таблиц, дающих, например, дальность полета снаряда как функцию угла выстрела. Об этих таблицах сказано: «Составлена таблица для стрельбы, имеющая важное практическое значение».

Когда Ньютон в «Началах» показал, что сила  $F \sim \frac{1}{r^2}$  дает движение по эллипсу, то это было воспринято именно как результат, развивающий и превосходящий результаты Галилея, в таком контексте они сопо-

ставляются, в частности, в искрологе Ньютона, написанном Фонтенелем — секретарем Парижской академии.

Первостепенную роль в развитии теоретической механики в период непосредственно перед появлением «Начал» сыграли работы Гюйгенса (1629—1695). Христиан Гюйгенс был на 13 лет старше Ньютона. Родился он в Голландии в знатной семье, принадлежавшей к ближайшему окружению Оранского дома, из которого вышло несколько штатхальтеров Голландии, в том числе Вильгельм III, ставший королем Англии в 1688 г. Отец Гюйгенса был человеком образованным, занимался политикой, писал стихи и переписывался с Декартом.

Воспитание Гюйгенс получил блестящее: знал шесть языков, умел играть на лютне и клавесине, рисовать, сочинять стихи. Кроме того, его научили плавать и бегать на коньках. Широта интересов сохранялась у него всю жизнь: приезжая в новый город, он не только вел научные беседы (которые часто из-за приоритетных дразг были и неприятны), но и посещал театры, картинные галереи, литературные салоны.

Математические способности Гюйгенса были рано замечены. С ним начал переписываться Мерсенн. Мерсенн не дождал до формального основания Французской Академии наук, но роль его в том круге людей, которые потом в нее вошли, была такая же, как у Ольденбурга и Коллинза в Королевском обществе: он был «почтовым ящиком». Переписка его была обширной, у него было несколько сот корреспондентов. Когда он узнал о Гюйгенсе, он стал присылать ему задачи, сначала в 1646 г. это были задачи совсем детские, но дальше Гюйгенс быстро входит в круг проблем, бывших в центре внимания ученых. Способности молодого Гюйгенса были высоко оценены; в 1647 г. Мерсенн пишет ему:

«Молю бога сохранить Вас в добром здравии весь этот год, чтобы Вы могли стать Аполлоном и Архимедом наших дней или, вернее говоря, грядущего века».

Пожелание здоровья было не лишним, Гюйгенс был болезненным человеком.

Надежда на то, что Гюйгенс станет новым Архимедом, очень характерна для времени, когда писалось письмо. Если книги Галилея были учебниками теоретической физики, то учебниками математики самого высо-

кого уровня все еще были в то время книги античных математиков Аполлония и Архимеда.

Изложенная в этих книгах математика была наивысшей вершиной, достигнутой в античный период, в III—II вв. до нашей эры. Одним из последних великих математиков этого времени был Архимед (287—212 гг. до н. э.): он далеко продвинулся в технике геометрического вычисления интегралов; в его работах вычисляются такие вещи, как объем сферы, поверхность сферы, объем параболоида и т. д. Одной из решенных им задач было также вычисление длины и нахождение касательной к придуманной им архимедовой спирали: спирали, описываемой точкой, равномерно движущейся по равномерно вращающейся прямой.

Очень важными для механики XVII в. оказались труды Аполлония (260—170 гг. до н. э.). В книгах Аполлония изложена теория конических сечений: получены в геометрической форме их уравнения и подробно исследованы их свойства. Так как планеты двигаются по эллипсам, то теоремы Аполлония были впоследствии для Ньютона рабочим инструментом.

Греческая математика эпохи Архимеда и Аполлония создавалась в эллинистических государствах, возникших после походов Александра Македонского. Эти государства были вскоре, примерно в период 212—146 г. до н. э., захвачены Римом. Не только Архимед погиб при взятии Сиракуз. Греческая культура в целом перенесла тяжелую травму, от которой она уже не смогла оправиться. Сравнительно спокойный II в. дал несколько интересных фигур, но дальнейший натиск варваров и христианизация империи завершили дело. В уцелевшей Византии, на Востоке занятие наукой исчезает из культурного обихода, а на Западе нашествие варваров снизило уровень до почти полной неграмотности. С этого уровня Европа начинает выбираться примерно в XIII в., учась читать и думать в первых открывавшихся тогда университетах.

В XV в. уровень уже поднялся до изучения Архимеда и Аполлония, но это было нелегко: известный и сейчас Виет (XVI в.) не понял, например, решение задачи о спирали, данное Архимедом, написал опровержение, а потом в особо написанной книжечке признавался в своей ошибке и восхищался гением Архимеда.

Поэтому естественно, что молодой Гюйгенс изучал

Архимеда и Аполлония, и от него ждали, что он их превзойдет — время подошло.

Вскоре он начинает публиковать математические работы: первая (1651 г.) была еще ученическим подражанием Архимеду, во второй (1654 г.) он предложил метод вычисления числа  $\pi$ , который был намного более эффективным, чем метод Архимеда, так что ожидания он, можно сказать, оправдал.

В те годы считалась очень важной проблема построения теории удара, так как, согласно доктрине Декарта, она должна была составить основу всей физики.

У Декарта была своя собственная теория удара — совершенно неправильная, что быстро понял Гюйгенс. К 1653 г. он построил правильную теорию упругого удара. Мемуар, где она изложена, не был тогда опубликован, но, как мы увидим, результаты Гюйгенса стали известны еще до публикации.

В середине века люди, интересующиеся естествознанием, следуя Галилею, обычно строили телескопы, и Гюйгенс также начинает этим заниматься. Он был искусным экспериментатором, и построенные им телескопы оказываются одними из лучших в Европе. В 1656 г. Гюйгенс, используя новый мощный телескоп, открывает кольца Сатурна. Странную форму Сатурна видел еще Галилей, но телескоп у него был слабый и он не смог расшифровать то, что видел. После этого были и другие наблюдения, вопрос много обсуждался, но только Гюйгенс смог четко рассмотреть кольца и понять, что это такое. Это было началом его европейской известности. К тому времени, когда Ньютон познакомился с Барроу, Гюйгенс был широко известен своим открытием колец Сатурна (его книга «Система Сатурна» вышла в 1659 г.).

Ньютон тоже строил телескопы. Именно построенный им телескоп и был поводом его избрания в Королевское общество в 1672 г. Этот телескоп был более оригинальным, чем телескоп Гюйгенса. Ньютон не шлифовал линз, а построил отражательный телескоп. В отличие от Гюйгенса Ньютон, не разбрасываясь по сторонам, смотреть на небо не стал. Вавилон Ньютона за это одобрил, написав, что он был физиком по преимуществу, проявляя «необычайную выдержку и бережливость мысли». Дело было, может быть, не в этом: Ньютон много занимался алхимией, богословием, потом административной рабо-

той. Может быть, здесь было стремление избегать слишком общепринятых занятий.

Вернемся к Гюйгенсу. В 1661 г. он первый раз был в Англии, познакомился там с Уоллисом (1616—1703), Гуком (1635—1703), Реном (1632—1723) и другими членами Королевского общества. Уоллис был очень серьезным математиком, одним из тех, кто закладывал основы математического анализа. Рен в течение долгого времени был профессором астрономии в Оксфорде, потом он бросил кафедру и занимался архитектурой; тогда вообще легко переходили из одной области в другую, а архитектура к тому же считалась смежной областью, связанной с черчением и, стало быть, с геометрией и математикой. Архитектором Рен был известным, он построил, в частности, самый знаменитый лондонский собор — собор святого Павла.

Гук был блестящим и разносторонним физиком-экспериментатором. Он так же, как и Рен, интересовался и теорией удара, и проблемой тяготения, и планетными движениями и сыграл важную роль в событиях, приведших к появлению «Начал».

В 1663 г. Гюйгенс второй раз был в Англии и докладывал в Королевском обществе свою теорию упругого удара. При ее построении он пользовался принципами относительности, сохранения живой силы ( $\sum mv^2 = \text{const}$ ) и сохранения относительной скорости. Знал он и закон сохранения импульса.

Откуда Гюйгенс взял закон сохранения энергии? В статике было хорошо известно, что центр тяжести сохраняет свое положение при равновесных перемещениях. Рассмотрим столкновение  $N$  шаров; представим себе, что шар с номером  $i$  приобретает свою скорость, падая с высоты  $h_i$ , тогда  $\sum m_i v_i^2 = \sum 2m_i h_i$ . Пусть после ударов шар  $i$  приобретает скорость  $v_i$ , тогда высота, на которой он остановится ( $h_i'$ ), такова, что  $m_i v_i'^2 = 2gh_i' m_i$ . Обобщая гипотезу о сохранении высоты центра тяжести на нестатический случай, получим

$$\sum m_i v_i^2 = \sum 2gh_i m_i = \sum 2gh_i' m_i = \sum m_i v_i'^2.$$

Используя такого рода аргументы и по-разному их комбинируя, Гюйгенс получил формулы для произвольного соударения. На заседании Королевского общества он произвел сравнение теории с опытом. Тогда не надо

было строить ускорители, чтобы это сделать, Гюйгенс подвешивал два шарика разного размера и задавал вопрос: если один шар отклонить на  $40^\circ$ , то насколько отклонится после удара второй? Гюйгенс вычислял, отводил шар, шары сталкивались, и члены Королевского общества наблюдали полное согласие теории с экспериментом.

Обо всем этом рассказано в письме, которое тогдашний секретарь общества Ольденбург написал Спйнозе. В печати работы по теории удара, принадлежавшие Уоллису, Рену и Гюйгенсу, появились существенно позже, уже в 1668—1669 гг.

Как раз с этими работами и связывал Ньютон третий закон механики, в соответствующем месте «Начал» даже изображены сталкивающиеся шары.

Таким образом, к 1663 г. теория удара была известна и много обсуждалась; видимо, Ньютон об этих дискуссиях слышал, потому что в его первых, неопубликованных работах по механике существенно используются идеи теории удара.

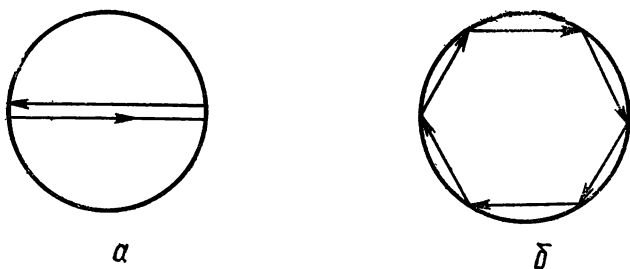


Рис. 3

Установлено, что уже в 1665—1666 гг. Ньютон получил свои первые результаты по теории тяготения, что же касается известной версии о яблоке, которое, якобы, навело Ньютона на мысль о тяготении, то вряд ли в этом яблоке была большая нужда: вопрос неоднократно обсуждался, Королевское общество в 1661 г. назначило комиссию по исследованию свойств силы тяжести.

В 1665—1666 г. в Англии была чума, и Ньютон провел почти два года на ферме в Вулсторпе. Он сам писал: «Я в то время был в расцвете моих изобретатель-



ских сил и думал о математике и философии больше, чем когда-либо после». В это время он сделал фундаментальные вещи в математике, оптике и свои первые шаги в небесной механике.

Ньютон установил, что третий закон Кеплера  $T^2 \sim R^3$  следует из закона  $F \sim 1/r^2$  для силы тяготения и что ускорение Луны связано законом  $1/r^2$  с ускорением силы тяжести на поверхности Земли. Для того чтобы это сделать, нужно было знать формулу центростремительной силы  $F = mv^2/R$ , которая в то время была неизвестна. В действительности, Гюйгенс знал ее уже в 1659 г., но опубликована она не была.

У Ньютона были с собой «Диалоги» Галилея, но он не стал совершенствовать рассуждения Галилея, как это сделал Гюйгенс в 1659 г., а пошел неожиданным путем. Ньютон сначала рассмотрел тело, движущееся внутри сферы по диаметру (рис. 3, а). Затем рассмотрел квадратную траекторию, потом  $n$ -угольную (рис. 3, б,  $n=6$ ) и вычислил среднее давление на сферу. Для траектории (а) импульс, передаваемый при соударении, есть  $2mv$ . Время движения  $T = \frac{4R}{v}$  и «среднее давление» равно

$$\frac{2 \cdot 2mv}{T} = \frac{mv^2}{R}.$$

В общем случае импульс, передаваемый при ударе, есть  $mv \cdot \frac{l}{R}$ , где  $l$  — сторона многогранника. Вычисляя давление как полный импульс, переданный за оборот, поделенный на время оборота, получим

$$F = mv \cdot \frac{l}{R} \cdot n \cdot \frac{v}{nl} = \frac{mv^2}{R}.$$

Переход к  $n = \infty$  дает формулу для окружности:  $F = \frac{mv^2}{R}$ . Это рассуждение Ньютон, видимо, любил, оно кратко повторено им и в «Началах», после того как формула выведена общим методом.

Сравнивая ускорение на орбите Луны с  $g$ , Ньютон получил расхождение около 16%. Расхождение получилось из-за того, что он взял радиус Земли из «Диалогов» Галилея, а Галилей привел округленную цифру, вероятно, для удобства запоминания. Существует и часто

пересказывается легенда по поводу того, что именно из-за возникшего расхождения Ньютон еще 20 лет ничего не публиковал о тяготении. Это противоречит тому, что сам Ньютон писал Галлею (в 1686 г.), и само по себе неправдоподобно. Ньютон не считал и не должен был считать расхождение серьезным. С присущей ему логикой он видел, что если тяготение существует, то сила должна возникать от суммирования притяжения частями Земли. Но тогда вблизи Земли должно быть большое отклонение от закона  $1/r^2$ . Доказать, что для притяжения сферой закон  $1/r^2$  справедлив при любых  $r$ , больших радиуса сферы, Ньютон смог, только уже работая над «Началами».

Так или иначе Ньютон ничего не напечатал в 1665 г., он вообще мало публиковал. Часто это объясняют его странным характером. Но когда читаешь биографии его современников, то видно, что характер тут был ни при чем. Скажем, у Гюйгенса был хороший, общительный характер, и в гости он охотно ходил, но публиковал он мало. По-видимому, считалось, что публиковать надо вещи совсем уже законченные, несомненные, хорошо доказанные — стремления печатать все как можно скорее не было.

Как уже говорилось, Гюйгенс знал формулу центростремительной силы уже в 1659 г.

Вывод Гюйгенса был непосредственным развитием рассуждений Галилея. Он рассматривает, как удалялось бы от окружности тело, если бы оно полетело по касательной. При малых углах  $AOB$  (рис. 4)  $BC \approx AD$  и  $AD \cdot DO = DC^2 \approx AC^2$ . Далее  $AC = vt$ ,  $DO \approx 2R$ , откуда получается  $BC \approx v^2 t^2 / 2R$ . Сравнивая это выражение с формулой для равноускоренного движения, видим, что ускорение равно  $v^2/R$ . Чтобы тело не удалялось, надо тянуть его к окружности с силой, пропорциональной  $v^2/R$ . (Гюйгенс представляет себе наблюдателя, движущегося по окружности и держащего тело руками; если он отпустит его, то  $B$  будет удаляться с ускорением  $v^2/R$ . Чтобы удержать тело, надо действовать с силой, соответствующей ускорению  $v^2/R$ .)

Здесь у Гюйгенса возникала своеобразная трудность: он не имел еще общего понятия силы, пропорциональ-

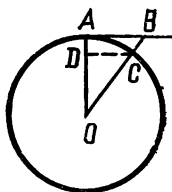


Рис. 4

ной массе и ускорению. Поэтому он сравнивает ускорение  $a$  с  $g$ , а силу — с силой тяжести и иллюстрирует величину силы, доказывая теоремы типа: если подвешенное тело начинает движение из горизонтального положения, то сила в нижней точке равна тройному весу и т. д.

Хотя Гюйгенс, таким образом, знал закон центробежной силы уже в 1659 г., ее связь с третьим законом Кеплера, по-видимому, осталась ему неизвестной.

Тяготением он занимался много, но его работы в этой области — это попытки разработки теории вихрей Декарта. Поэтому идея дальнодействующих сил была ему совершенно чужда, хотя Гюйгенс понимал, что именно тяжесть порождает центростремительную силу для тела на поверхности Земли, и даже вычислил, что если вращение Земли было бы в 17 раз быстрее, то центробежная сила как раз уравнивала бы силу тяжести.

В Англии, вероятно, в силу ее провинциальности, идея универсального тяготения продолжала обсуждаться. В 1674 г. Гук публикует книгу «Попытка доказательства годового движения Земли». В этой книге он пишет об универсальности и всеобщности тяготения; он пишет о том, что Солнце притягивает планеты и Луну, а планеты — друг друга. Он также предполагал, что именно тяготение превращает прямые траектории инерционного движения в «круг, эллипс, или другую сложную линию». Закона  $1/r^2$  для силы тяготения он в 1674 г. еще не знал.

Ньютон в 70-е годы продолжал заниматься тяготением, но его усилия были направлены на объяснение тяготения с помощью гипотезы эфира. Так, в 1675 г. Ньютон посылает в Королевское общество письмо, где делается попытка вывести тяготение из гипотезы о существовании в эфире потоков, направленных к массивным телам. В 1679 г. он снова обсуждал связь между эфиром и тяготением в письме к Бойлю.

В этот период в обсуждениях проблемы тяготения появляется новый момент. В 1673 г. вышла книга Гюйгенса «О часах с маятником». Эта книга посвящена теории часов с маятником и описанию их конструкции. Гюйгенс занимался маятниковыми часами в течение многих лет; проблема привлекала тогда большое внимание, так как создание стабильно идущих часов позво-

лило бы определять долготу, что было нужно для мореходства. Сама идея маятниковых часов была высказана Галилеем, но осуществил ее практически Гюйгенс, который был одним из первых создателей работоспособных маятниковых часов и очень полно разработал их теорию.

В книге Гюйгенса, в приложении, были даны без вывода теоремы о центробежной силе, эквивалентные формуле  $mv^2/R$ . Книга была прочитана в Англии, и закон центробежной силы стал известен.

После этого установление связи между третьим законом Кеплера и законом  $F \sim 1/r^2$  для силы тяготения становится легкой задачей. В 80-е годы ее решение знали многие английские физики, интересующиеся проблемой тяготения. Эту связь знал в 70-е годы Рен, и в 1677 г. он обсуждал ее с Ньютоном, когда тот был у него в Оксфорде. На очередь встала задача получить из закона силы первый закон Кеплера. Рен пытался получить эллиптическую траекторию сложением движения по касательной и падения на центр, но задача оказалась трудной, и успеха он не достиг.

В 1679 г. Гук, ставший секретарем Королевского общества, пишет письмо Ньютону, в котором обсуждается вопрос о траектории брошенных тел; возникла переписка. Во время этой переписки Гук уже знал закон тяготения (он содержится в письме 1680 г.).

По собственным словам Ньютона, именно эта переписка с Гуком побудила его вернуться к задаче движения под действием силы  $1/r^2$ , и тогда, еще в конце 1679 г., он получил, что в поле такой силы тело должно двигаться по эллипсу. Этот результат сразу не был тогда им сообщен. Ничего опять не произошло, пока на сцене не появился Галлей (1656—1742).

Галлей был не только человеком мысли, но и человеком действия, подвижным, общительным и быстрым в решениях.

Он спускался на морское дно в водолазном колоколе, несколько раз участвовал в экспедициях в южные моря. Во время одного из плаваний на корабле вспыхнул мятеж; Галлей, застреливший несколько матросов, сыграл решающую роль в его подавлении. Во время пребывания Петра I в Лондоне в 1698 г. Галлей поддерживал с ним дружеские отношения, посещал с ним вместе лондонские таверны, кажется, они остались друг

другом довольны... Галлей пользовался репутацией атеиста, что послужило причиной того, что ему не разрешили занять кафедру астрономии в Оксфорде (это было в 1691 г.), но не помешало впоследствии стать королевским астрономом.

Галлей успешно работал во многих областях. Наиболее важными оказались работы по астрономии: список его результатов обширен; он, в частности, изучая данные о затмениях, приведенные у Птолемея, обнаружил систематическое изменение периода Луны, объясненное потом Лапласом; ему принадлежит предположение о периодичности кометы, названной позднее его именем. Расчет траектории этой кометы сыграл важную роль в развитии небесной механики в XVIII в. Галлей обнаружил также собственные движения звезд.

Наряду с астрономией, Галлей занимался метеорологией, земным магнетизмом, составил одним из первых таблицы смертности. Занимался он и чистой математикой. Он же издал труды Аполлония, частично переведенные им с арабского. В основном все это происходило уже потом, после 90-го года.

Тогда же, в 80-е годы, недавно принятый в Королевское общество, Галлей активно участвовал в дискуссиях о тяготении. В 1683 г. он также обнаружил связь между законом  $1/r^2$  и законом  $T^2 \sim R^3$ . Дальше надо было получить движение по эллипсу. Галлей поговорил с Реном, тот рассказал ему, что он пытался это сделать, но у него не получилось.

В начале 1684 г. в Лондоне Галлей обсуждал проблему с Гуком и Реном. Рен обещал премию тому, кто сможет получить доказательство. Гук заявил, что он доказательство знает, но не скажет: пусть они помучаются, тогда они лучше оценят доказательство, когда он его сообщит.

Время шло, доказательства не было. Галлей пришел к выводу, что мистер Гук «не так хорош, как его слова». На самом деле, Гук, конечно, доказательства разработать не мог, он никогда не обнаруживал знания математики.

Тогда Галлей решил обратиться к Ньютону. В августе 1684 г. он поехал в Кембридж. Ньютон сказал ему, что он давно уже знает доказательство, и обещал его вскоре прислать. В ноябре Галлей получил обещанное и понял, что у него в руках находится нечто исключитель-

но важное. Он немедленно отправился в Кембридж и уговорил Ньютона написать подробное изложение его результатов.

### Очерк III

В феврале 1685 г. Королевское общество получило рукопись «О движении». Но это было только началом работы. 28 апреля 1686 г. в Королевское общество поступает первая книга «Начал». Долго не удавалось собрать должностных лиц общества, которые отсутствовали, будучи занятыми государственными делами, а также по причине хорошей погоды, поэтому решение о публикации было принято 19 мая; она была поручена Галлею.

Сразу же возникли осложнения. Гук претендовал на то, что закон  $1/r^2$  открыт им, а Ньютону стал известен от него, и настаивал на том, чтобы Ньютон на него сослался. Ньютон был очень рассержен, и Галлею стоило немалой дипломатии все это уладить. В конце концов в первой книге «Начал» было написано, что связь между третьим законом Кеплера и законом для силы была первоначально установлена Реном, Гуком и Галлеем.

Вскоре, осенью 1686 г., в Королевское общество поступила вторая книга «Начал», а в апреле 1687 г. — третья.

Эти полтора года были необычайным взрывом творческой энергии. За это время Ньютон прошел путь от простейшей задачи движения одного тела, к решению которой были близки многие в Англии, до далеко продвинутой небесной механики. Вершиной ее была теория Луны, где методами теории возмущений рассчитывались неравномерности в движении Луны, связанные с действием Солнца, и теория приливов. Для того чтобы оценить, что было сделано, достаточно сказать, что после того, как трудами таких математиков, как Эйлер, Даламбер и Клеро, были разработаны аналитические методы небесной механики, результаты лунной теории «Начал» были полностью воспроизведены только примерно к 1750 г.

Поручение публикации «Начал» Галлею, наверное, было связано с тем, что он был редактором и издателем журнала общества «Philosophical Transactions». Оказа-

лось, что в кассе общества нет денег, все они были истрачены на издание книги Уилоуби «История рыб». Галлей в результате издал «Начала» за свой счет, кажется, в конце концов, его расходы окупились. Было издано 300—400 экземпляров (сейчас точно неизвестно сколько). Издание быстро разошлось и стало библиографической редкостью.

Книга была написана на латыни, как большинство ученых книг того времени. Следующие два издания вышли при жизни Ньютона — в 1713 и 1726 гг. Потом книга много раз переиздавалась и переводилась, в том числе на английский, французский и немецкий языки, а в 1916 г. появился и русский перевод, сделанный знаменитым специалистом по теории корабля (т. е. прикладной механике) А. Н. Крыловым.

Мы знаем, что разошлось 300—400 экземпляров первого издания, но сколько из купивших эту книгу могли ее прочесть и понять? Сделаем некоторые сопоставления. В Королевском обществе в то время было не многим больше 100 человек. Мерсенн переписывался по вопросам физики и математики примерно с 200 адресатами. (Напомним, что деятельность Мерсенна подготовила основание французской Академии наук.)

Таким образом, видно, что число людей, интересовавшихся такими вещами в Англии и Франции, и число разошедшихся экземпляров «Начал» близки. Может быть, это совпадение не случайно. Вряд ли, однако, все эти люди могли понять Ньютона.

Мануэль подсчитывал, сколько в Королевском обществе было профессионалов, а сколько дилетантов — людей, проявлявших интерес к науке в погоне за модой или из любопытства. По его оценкам дилетантов было  $\frac{2}{3}$ , специалистов  $\frac{1}{3}$ . Таким образом, по оценке Мануэля, в то время специалистов в Королевском обществе было около 30, но основную часть их составляли врачи со склонностью к естествознанию. Люди такого склада к восприятию «Начал» были совершенно неподготовлены, так как они слабо владели математикой. Такой человек, как Гук, конечно, «Начал» понять не мог по той же причине. Всерьез изучить эту книгу могли такие люди, как Галлей, Рен, Уоллис. Я думаю, что суммарно таких людей в Англии и Королевском обществе было человек 10.

В Европе, наверно, было человек 40, изучавших «На-

чала» после того, как они вышли в свет. К их числу относится Гюйгенс. Уже в 1688 г. Гюйгенс выражает желание видеть книгу Ньютона, не картезианскую, так как она содержит предположение о тяготении. Вскоре его брат прислал ему «Начала», он изучил их, нашел, в частности, там ошибку в гидродинамической части. Есть письма того времени Ньютона к Гюйгенсу с обсуждением проблем механики. Переписывался с Ньютоном по темам «Начал» также Лейбниц, были письма и английских математиков. Это примерно человек 10, что составляет разумную долю от предположенного числа 40 читателей.

Что оказалось перед глазами этих читателей? Перед ними, умевшими решать частные, в общем не слишком сложные по существу, хотя требовавшие иногда остроумия, задачи, находилась дедуктивно построенная механика, обширно развитая и позволявшая решать задачи, которые еще и сейчас оказываются слишком трудными для обычных курсов теоретической механики.

«Начала» очень четко построены, и эта четкость не случайна. Нельзя построить большое, сложное по архитектуре здание, не имея в голове плана и цели. Такая заранее намеченная цель у Ньютона, несомненно, была; весь стиль «Начал» Ньютона есть стиль «Начал геометрии» Евклида. «Начала» Евклида, при всех обнаружившихся в XIX и XX вв. пробелах, в течение тысячелетий были образцом дедуктивной теории, после них следующей развитой дедуктивной теорией была механика Ньютона, поэтому образец Евклида неизбежно возникал перед автором «Начал» и закономерно, что сравнение геометрии и механики можно найти еще в предисловии к «Началам» 1686 г., написанном Ньютоном. В этом предисловии указывается, что можно по-разному подходить и к механике и к геометрии: «Построение прямых линий и кругов, которое лежит в основе геометрии, относится также и к механике. Дело в том, что геометрия не учит нас, как построить эти линии, а предполагает, что это известно заранее... Построение прямых линий и кругов есть задача не геометрии, которая учит как ими пользоваться, а механики». Ньютон на современном языке, по существу, обсуждает здесь различие между геометрией, как абстрактной математической теорией, в которой основные понятия не определяются, а предполагаются данными, после чего теория строится дедуктив-



но, и геометрией, которая есть «та часть общей механики, в которой излагается и обосновывается искусство точных измерений». Геометрия Евклида во втором смысле есть физическая теория, хронологически — первая.

Следуя образцу геометрии, должна быть построена и механика — наука о движении. «Рациональная механика есть точно изложенная и доказанная наука, в которой идет речь о движениях, вызванных установленными силами, и, наоборот, о силах, необходимых для заданных движений».

Ясность в понимании структуры научной теории вообще характерна для мышления Ньютона. Столь же ясно он понимал, например, и операцию предельного перехода, в то время как для многих его современников, даже таких, как Лейбниц, она была предметом весьма темных рассуждений. Как раз обсуждая ньютоновскую теорию пределов, Н. Н. Лузин называл ум Ньютона абсолютным по аналогии с абсолютным слухом.

Следуя Евклиду, Ньютон начал книгу с раздела «Определения», дальше идут: «Аксиомы или законы движения», «Книга I, О движении тел»; «Книга II, О движении тел»; «Книга III, О системе мира». Книги четко расчленены на отдельные леммы, теоремы, следствия из теорем, задачи. Бывают еще «Пояснения» — это в основном ссылки, краткие «истории вопроса», приоритетные замечания. Всего задач и теорем около 200, каждая из них, по существу, небольшая статья. Если задача или теорема важные, то за ними идут следствия, чаще 2—3, самое большое число, кажется, 22.

Существуют легенды о крайней трудности «Начал». Это не так; конечно, трудно разобрать все теоремы, хотя А. Н. Крылов это сделал, и есть сложные места, но если выбрать какую-то задачу или теорему, то доказательство обычно ясно изложено и разобрать его можно, тем более, что, как правило, переводчики комментировали вывод, если у них самих возникали трудности.

В течение долгого времени построение «Начал» служило эталоном. Когда была построена классическая термодинамика (которая была хронологически следующей достаточно развитой физической теорией после механики), то ее излагали по такой же системе: первое начало, второе начало и т. д. По существу, так же построена и знаменитая статья Эйнштейна 1905 г., где

излагалась частная теория относительности. Дальше эта традиция, кажется, исчезла. Может быть, работы Гильберта и других математиков по аксиоматике евклидовой геометрии создали впечатление, что найти полную систему постулатов трудно, легко какой-то неявно сделанный постулат не заметить и не учесть, а раз так, то лучше не брать на себя трудно исполнимые обязательства. А может быть, быстрое развитие физики вызвало известное пренебрежение к проблемам логической структуры теории.

Задачи «Начал» — ввести основные понятия механики, указать основные законы доказать, что тяготение объясняет астрономические явления.

«Определения» начинаются с понятия массы, «количества материи», которое вводится как величина, пропорциональная объему и плотности. Здесь часто усматривают порочный круг — плотность не определена, пока не определена масса. Думаю, что это неправильно. С формальной точки зрения плотность может быть столь же хорошим исходным понятием, как и масса, и для Ньютона, который интересовался не формальностями, а сутью, сделать так было более естественно, поскольку в частном случае, когда сравниваются тела одинакового состава, приняв его определение, можно было сделать вывод, что массы тел одного и того же состава пропорциональны их объемам, что сразу давало возможность делать предсказания в опытах типа столкновений шаров, которые тогда ставились и обсуждались.

Еще за двадцать лет до «Начал» такие опыты делали: возьмем шары разных размеров и предскажем, что будет при их соударении. Это было понятно, хорошо известно, и Ньютон своим определением просто санкционировал обычную практику. Разумеется, в общем случае неравных плотностей предсказания сделать было нельзя, а нужно было бы определить из опыта отношение плотностей, что, конечно, Ньютон понимал.

Дальше идут неудачные определения 3 и 4. В них Ньютон вводит различие между приложенной силой, вызывающей изменение состояния тела, и силой инерции, «которую тело создает, если его состояние меняется». Эта сила, по Ньютону, присуща материи и связана с ее инертностью. Говоря современным языком, Ньютон утверждал, что тело, движущееся с ускорением  $a$ , просто в силу присущей ему инертности действует на ускоряю-

шее его тело или тела с силой противодействия — *ат.* Это не так — «инертность» сама по себе не является источником силы, и сила противодействия является столь же обычной силой — силой упругости, тяготения и т. д., как и действующая сила, само различие между ними бессодержательно: когда Солнце притягивает Землю, а Земля — Солнце никакого различия между природой сил нет. Мы видим, каким трудным был весь этот круг вопросов даже для Ньютона, и трудным он оставался очень долго; еще в 40-е годы А. Н. Крылов защищал точку зрения Ньютона, а Л. И. Мандельштам должен был обстоятельно разъяснять ее ошибочность.

В полной серии определений, посвященных центральным силам, обсуждаются основные понятия теории силового поля. По существу, здесь введены понятия заряда, создающего поле, напряженности поля и самой силы. Обсуждая эти понятия, Ньютон иллюстрирует их примерами магнитной силы и силы тяжести, что полностью соответствует традиции того времени.

Раздел оканчивается знаменитым «Пояснением», начинающимся со слов «До сих пор я пытался объяснить, как в дальнейшем следует понимать менее известные понятия. Что такое время, пространство, место и движение я не объясняю, так как это известно всем». Дальше Ньютон все же объясняет, что такое абсолютное время и пространство, а также место и движение и чем они отличаются от относительных. Эти несколько страниц содержат очень глубокий, по существу, правильный анализ проблемы времени и пространства в классической механике. Ньютон ясно видел, что основные законы механики справедливы не в любой, как теперь говорят, системе отсчета (в терминологии Ньютона «не для любых относительных движений») и не при любом определении времени. Кроме того, он видел, что любая реализация времени не может быть идеальной. В результате он ввел идеальные понятия абсолютного времени, абсолютного пространства и места и абсолютного движения, представляя их образно, но, по существу, абсолютное место и время у него — это те координаты и время, в которых справедливы законы механики Ньютона. «Истинное движение порождается и уничтожается силами, которые действуют на само тело, в то время как относительные движения можно порождать или менять, не прилагая к телу сил».

По существу, мы и сейчас мало что можем здесь улучшить, за исключением того, что сейчас сразу вводят всю совокупность инерциальных систем отсчета. Ньютон на столь абстрактную позицию психологически стать не смог, хотя он и знал механический принцип относительности, но наглядный образ «истинного» абсолютного пространства заставлял его думать, что существуют истинные «неподвижные места»: «абсурдно предполагать, что первоначальные места могут меняться». Разумеется, после частной и общей теории относительности Эйнштейна мы знаем, что предположения о свойстве пространства и времени, лежащие в основе классической механики, есть только первое приближение.

Дальше идет раздел «Аксиомы или законы движения». Именно «Законы Ньютона» висят в аудиториях и обведены в рамки в учебниках, именно они, прежде чем все остальные, ассоциируются с именем Ньютона. К сожалению, те исторические сведения, которыми сопровождаются в учебниках эти законы, да и изложение физики вообще, часто носят характер мифический. Возникают мифы нередко потому, что человек, который писал книгу, просто не дошел до книжного шкафа и не посмотрел хотя бы в хорошей энциклопедии, как все было, а занялся тем, что филологи называют народной этимологией, когда самостоятельно пытаются понять смысл слов (как у Лескова: гувернантка—гувернянька). Таким методом получается, что раз «Законы Ньютона», значит, он их открыл, раз открыл — значит, на основе опытов, и т. д. К моменту появления «Начал» люди умели вычислять величину центробежной силы, знали закон инерции и законы сохранения. Ньютону, совсем не равнодушному к проблемам приоритета, совершенно не приходило в голову, что здесь есть что-то новое. В конце раздела написано: «до сих пор я излагал принципы, которые принимаются математиками и подтверждены многочисленными опытами». При этом Ньютон писал, что два закона механики открыл Галилей, а третий он связывал с именами Рена, Уоллиса и Гюйгенса. Это не совсем точно, связать появление законов механики с какими-то определенными именами трудно, развитие было непрерывным. Новым в «Началах» были не «заксны». В техническом смысле основным было решение сложных задач небесной механики, а в физическом — демонстрация того, что теория тяготения действительно

объясняет не только законы Кеплера, но и более сложные явления. Современники Ньютона заметили именно это, что видно из любой рецензии (наверное, первую из них написал Галлей). Мы, по прошествии почти 300 лет, видим, что новым было также и понимание того, что совокупность трех законов образует полную схему решения механических задач — предшественники Ньютона решали задачи механики каждый раз особым приемом и, по существу, особым набором постулатов, казавшихся приемлемыми в данном случае; а Ньютон дал дедуктивную схему механики. Новой была также общая и достаточно абстрактная формулировка основных понятий и самих законов (для второго закона она по видимому отсутствовала) и, наконец, новая формулировка сохранения импульса на языке сил и применение его к системам с дальнодействующими силами.

В формулировке Ньютона три закона имели вид:

I. Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не вынуждается приложенными силами изменить это состояние.

II. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой тело движется.

III. Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга равны и направлены в противоположные стороны.

Иногда удивляются тому, что Ньютон разделил аксиомы I и II, так как очевидно, что I следует из II. Мне кажется, что ответ прост. Определения и законы у Ньютона действительно «законодательны» — они определяют способ его действий и именно поэтому они его отражают. Ньютон не пользовался координатами при решении задач механики, а делал все на чертежах. Почти все содержание I книги «Начал» — решение задач о движении тел в поле центральных сил. Эти движения он обычно рассматривает, следуя Галилею, как суперпозицию инерциального движения по касательной  $AB$  и (на малом интервале времени) равноускоренного падения по  $BC$  к центру силы  $O$ . Закон I для него описывал движение по  $AB$ , закон II — по  $BC$  (рис. 5).

Так, как построил и изложил механику Ньютон, ее часто излагают и сейчас — можно открыть «Механику»

Зоммерфельда и найти там три закона движения. Конечно, за 300 лет были найдены и другие построения. Несмотря на всю почтенность традиции, в учебниках часто все построение излагается и комментируется так, что впечатление возникает превратное. Дело в том, что в трех законах Ньютон выделил то, что не зависит от конкретного вида сил, поэтому они образуют только пустую схему механики как научной теории. Физическая теория возникает из этой схемы, когда выделяется определенный круг явлений и устанавливается закон сил, управляющих ими. Этот закон надо угадать и добавить к трем законам, тогда «из топора и получается суп» — возникает теория, в пределах которой можно делать определенные предсказания. Возникающие теории точны или грубы, в зависимости от того, точно ли известен закон силы или нет. В гидродинамике силы сложны, и закономерность их трудно описать — точность плохая. В небесной механике точность соблюдения закона тяготения очень велика, поэтому точность предсказаний почти беспредельна, нужно только уметь считать. Именно поэтому центр «Начал» — небесная механика третьей книги, и именно поэтому нет ничего абсурдней, чем считать II закон Ньютона определением силы, как иногда предлагали, это означает — забыть о самой сути механики, требующей «ввода» силы извне.

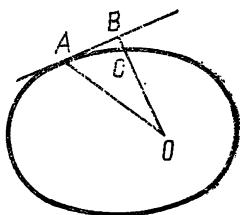


Рис. 5

За изложением «Законов» идут «Следствия» — законы сохранения количества движения и скорости центра тяжести и механический принцип относительности.

Интересно, что здесь описано уже и то, что теперь называют «лифтом Эйнштейна»; в «Следствии 6» доказывается, что если на систему тел действуют силы, сообщающие телам равные ускорения, то относительные движения не изменяются. Ньютон пользовался дальше этой теоремой при анализе системы Луна—Земля, движущейся в поле Солнца. В силу «Следствия 6» на движении системы Луна—Земля сказывается только изменение напряженности поля тяготения Солнца в системе Луна—Земля, но не сама напряженность. «Законы» кончаются уже цитировавшимся «Поучением». Это — вводные разделы, дальше следует Книга I, где систематиче-

ски изложена механика центральных сил. Раздел 1 — математический анализ в геометрической форме; далее идет собственно механика.

Первая теорема раздела 2 — это второй закон Кеплера: если тело движется под действием центральной силы, то радиус-вектор, соединяющий тело с центром силы, описывает равные площади в равные промежутки времени. Простое геометрическое доказательство нередко приводят и сейчас в учебниках.

Дальше решаются различные задачи на центральные силы, как, например: тело движется по окружности, центр силы расположен на окружности, какой должен быть закон силы, чтобы такое движение было возможно? Доказывается, что сила должна быть  $1/r^5$ .

Вопрос об устойчивости такого движения в этом месте не обсуждается, хотя такое движение неустойчиво, и Ньютон такие вещи вообще умел рассматривать. Здесь есть и теорема о том, что если тело движется по эллипсу и центр силы находится в центре эллипса, то сила должна быть пропорциональна радиусу.

Третий раздел — о движении по «эксцентрическим сечениям» конуса. Этот раздел начинается с задачи, решение которой Ньютон прислал Галлею. Тело движется по эллипсу, центр сил находится в фокусе эллипса. Каков должен быть закон силы? Что нужно доказать? Рассмотрен постоянный фиксированный малый интервал времени  $\Delta t$ , движение разложено на движение по касательной и движение по прямой, направленной к центру сил. Площадь треугольника  $OAB$  фиксирована — это следует из закона площадей. Нужно показать, что  $BC \sim 1/(AO)^2$  (см. рис. 5). Это Ньютон и сделал, проведя много вспомогательных линий и пустив в ход теоремы Аполлония о свойствах эллипса. Последовательность равенств, дающих доказательство, занимает несколько строчек.

Иногда пишут, что Ньютон на самом деле уравнение движения проинтегрировать не мог и решил только обратную задачу: движение задано, найти силу. Это не так. В следующей задаче дано геометрическое построение. Имеется центр силы, задана точка, где находится тело, и направление движения скорости. Требуется построить траекторию тела (для закона силы  $1/r^2$ ). Таким образом, классическую задачу определения движения по начальным условиям Ньютон хорошо знал.

Далее следует несколько разделов, посвященных чисто геометрическому вопросу, важному для астрономии: как построить траекторию тела, движущегося по коническому сечению, если имеется некоторое количество наблюдений. Коническое сечение определяется, как легко понять, пятью элементами. Решаются задачи об определении траектории по пяти точкам, по четырем точкам и одной касательной и т. д.

Имеются два раздела, где в геометрической форме решена задача движения в поле произвольных центральных сил. Переменные при этом разделяются, и ответ записывается в квадратурах. Это и сделано в геометрической форме. Как известно, эти соотношения в механике не очень полезны. Фактически здесь сформулирована и доказана теорема, выражающая сохранение полной энергии в поле центральных сил. В явном виде утверждение не формулируется, и в этом смысле закона сохранения энергии в «Началах» нет.

Разделы 9—11 — вершина общей механики Ньютона, здесь рассмотрены самые трудные задачи. В 9-м разделе решена задача о прецессии орбиты с формой, близкой к круговой, если закон силы немного отклоняется от  $1/r^2$ . Задача решена переходом во вращающуюся систему координат, получена формула для угла прецессии.

В разделе 10 рассмотрено движение тела на поверхности.

В разделе 11 рассмотрено движение  $n$  тел, притягивающихся силами  $1/r^2$ . Рассмотрены два тела, затем методами теории возмущений обсуждается задача трех тел. По существу, это система Луна—Земля—Солнце.

В разделе 12 решается задача о притяжении тел сферой. Сначала доказывается, что на тело, находящееся внутри сферической оболочки, сила не действует. Это доказывается сразу на чертеже — рисуется тело, находящееся внутри сферической оболочки, а потом говорится, что притяжение элементов поверхности вблизи  $RL$  и  $IH$  очевидным образом уравнивается (рис. 6).

Значительно труднее доказательство того, что на тело, находящееся вне сферы, на любом от нее расстоянии действует сила, пропорциональная  $1/r^2$ , где  $r$  — расстояние до центра. Это — та са-

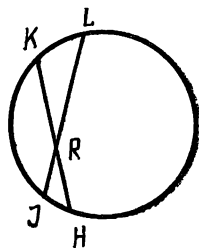


Рис. 6.



мая теорема, знания которой Ньютону долгое время не хватало. Из-за того, что он ее не знал, он думал, что соотношение между ускорением силы тяготения на поверхности Земли и на орбите Луны в любой точке не следует точно закону  $1/r^2$ .

Раздел 13 — это теория притяжения эллипсоидов, раздел 14 — элементы корпускулярной оптики, здесь, в частности, рассматривается закон преломления.

Книга II представляет собой изложение механики сплошных сред. Основная цель книги — демонстрация того, что предложенная Декартом теория или гипотеза вихрей, согласно которой планеты движутся вокруг Солнца, увлекаемые вихрями, несовместима с механикой. В этой книге много результатов, относящихся к механике сплошных сред: сформулирована теория подобия, рассмотрено распространение волн, вычислена скорость звука в упругой среде, вычислена скорость распространения звука в воздухе, но неправильно, потому что Ньютон пользовался законом Бойля—Мариотта, а сжатие происходит адиабатически.

Наиболее физической по содержанию и наиболее значительной по результатам была третья книга — «О системе мира». Она появилась на свет в муках. Во время работы над книгой Гук предъявил претензии на открытие закона всемирного тяготения, требуя, чтобы Ньютон на него ссылался. Сперва разгневанный Ньютон решил вообще не печатать третью книгу. Сначала он хотел также изменить и название книги, заменив его на «О движении тел, две книги», но решил оставить старое по несколько неожиданной причине: «Это поможет Вам в продаже книги, которую я не должен уменьшать теперь, когда она Ваша», — так как Галлей издавал «Начала» за свой счет, то доходы от продажи шли ему. Галлей уговаривал Ньютона, аргументируя тем, что как раз третья книга будет доступна гораздо более многочисленным «философам без математики».

По-видимому, Ньютон в результате книгу переработал, так как в начале ее говорится: «Я написал вначале третью книгу в популярной форме, так чтобы ее могли читать многие. Однако те, кто недостаточно усвоил изложенные выше принципы, не поняли бы силы вытекающих из них следствий и не отказались бы от предубеждений, к которым они долгие годы привыкали. По этой причине я, для того чтобы избежать споров, изложил

ее содержание в виде теорем, с тем, чтобы они читались только теми, кто изучил принципы». Как сказалась эта переделка на доходах Галлея, неизвестно. Дальше Ньютон все же дал «ввиду того, что в «Началах» предложений (теорем и задач) весьма много» сокращенную программу изучения «Начал».

Книга «О системе мира» в окончательном виде имеет следующую форму. Сначала идут «Правила исследования природы». Сформулированы четыре правила, смысл которых заключается примерно в том, что если из опыта что-то следует, то это правильно и дальше не нужно вести философские дискуссии, а нужно эти утверждения применять и смотреть, что получится. Если следствия согласуются с опытом, то теория правильна.

Дальше следует глава, которая называется «Явления», в ней тщательно перечислены основные экспериментальные факты — «явления»:

I. Для спутников Юпитера имеет место закон  $T^2 \sim R^3$ .

II. То же самое для спутников Сатурна.

III. Орбиты планет охватывают Солнце.

IV. Для планет справедлив третий закон Кеплера.

V. Если рассматривать радиус-векторы, проведенные от планет к Земле, то первый закон Кеплера не выполняется. (Это доказывает, что Земля не есть центр сил.)

VI. Движение Луны удовлетворяет первому закону Кеплера, т. е. радиус-векторы Луна—Земля описывают постоянные площади.

«Явления» описаны очень обстоятельно. При проверке 3-го закона Кеплера для спутников Юпитера и Сатурна нужно знать относительные расстояния. Их измеряли микрометрами, помещенными в фокусе телескопа. Ньютон подробно описывает, на каком телескопе, какой длины, с каким «превосходнейшим микрометром» были сделаны измерения. Тогдашние данные подтверждали 3-й закон Кеплера с точностью 1—3%. Здесь уместен вопрос, в какой мере развитие механики зависело от усовершенствования методов измерений. За сто лет до Ньютона не было вообще ни телескопов, ни микрометров, поэтому многие факты, которыми оперировал Ньютон, были тогда просто неизвестны. Было бы интересно иметь более детальный анализ, но в литературе мне такого не встречалось.

В результате анализа этих, а также некоторых дру-

гих фактов (в том числе результатов сравнения ускорения Луны с ускорением силы тяжести на Земле и опытов с маятником, в которых Ньютон проверил независимость ускорения от свойств тела с точностью выше 0,001) Ньютон счел доказанным, что «тяготение существует ко всем телам вообще и пропорционально массе каждого из них» и «тяготение к отдельным равным частям тел обратно пропорционально квадратам расстояний до частиц». Далее следует некоторое число теорем о свойствах Солнечной системы. Приводится, скажем, расчет, согласно которому Юпитер за 100 000 лет «не утратил бы и одной миллионной своего количества движения» (взята оценка плотности атмосферы, экстраполированная по экспоненциальному закону). В другой теореме дается оценка возмущения Сатурна Юпитером — очень завышенная, как выяснилось потом. Имеются теоремы о форме Земли, широтной зависимости тяжести и многое другое, и, наконец, следует самое сложное: количественная теория Луны, теория приливов и теория комет.

В теории Луны самое главное в том, что учитывается не только притяжение к центру Земли, но и эффекты, связанные с присутствием Солнца. Система Луна—Земля падает в поле тяготения Солнца. Если пренебречь изменением силы тяготения Солнца на расстоянии Луна—Земля, то, в силу упоминавшейся выше теоремы, сила тяготения не будет влиять на движение. В следующем приближении получается, что в системе Земли на Луну действует добавочно сила, сообщающая ей ускорение:

$$\vec{a} = \left( -\frac{\vec{r}}{R^3} + \frac{3\vec{R}(\vec{r}\vec{R})}{R^5} \right) kM.$$

Векторы  $R$  и  $r$  показаны на рис. 7,  $k$  — гравитационная постоянная,  $M$  — масса Солнца. Видно, что ускорение имеет сложный характер — у него есть нормальная и касательная к орбите компоненты и оно зависит от угла и радиуса  $\vec{r}$  достаточно сложным образом. Среднее значение этого ускорения около  $\frac{1}{360}$  от вызванного Землей.

Ньютон не располагал ни векторами, ни уравнениями в координатах и все делал на чертежах, так что у него нет формулы для  $\vec{a}$ , а вместо нее — геометрическое

построение. Также на чертежах в 11 «Задачах» Ньютон рассчитал методами теории возмущений эффекты, вызываемые этой силой, получив объяснение многих сложных неравномерностей движения Луны — неравенств.

Затем следует теория приливов, где также учитывается не только притяжение Луны, но и Солнца, и теория комет. Последняя, собственно, не основана явно на теории тяготения, предполагается, что комета движется по коническому сечению, по наблюдениям находится ее траектория, и полученные отсюда предсказания сравниваются с наблюдениями. Несмотря на простоту всего этого, кометы очень ин-

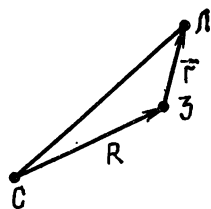


Рис. 7

тересовали Ньютона — они прямо опровергали вихри Декарта. Противоречие заключалось в том, что даже если бы удалось придумать вихри, объясняющие законы Кеплера для планет, кометы, движущиеся по вытянутым орбитам и пересекающие много вихрей, должны были бы двигаться по очень сложному закону. То, что кометы двигаются также по законам Кеплера, было, таким образом, очень сильным аргументом против Декарта, который потом часто упоминали.

Вот очень приблизительное описание содержания «Начал», в разных изданиях это том страниц в 600—700, даже полный список результатов составил бы небольшую книжку.

В том же 1687 г., в котором вышли «Начала», Галлей опубликовал в «Phil. Transactions» очень хорошее изложение их содержания и тогда же он написал краткое изложение теории приливов для короля Джеймса II. Известно, что Джеймс II любил морское дело, и Галлей, видимо, считал, что это будет ему интересно. Он попросил даже личной аудиенции для разъяснений. Не знаю, получил ли он ее, но это оказалось неважным, так как в следующем году Джеймс II был уже не у власти.

## Очерк IV

Какова была реакция ученого мира на «Начала»? В 1688 г. в журнале французской Академии наук появилась рецензия в несколько строчек. Говорится, что

система механики развита исключительно полно и блестяще, но что Ньютон рассматривает планетные движения не как физик, а как математик, не заботясь об истинном происхождении тех движений, которые он изучает. «Было бы очень хорошо, если бы он дал нам физику, столь же блестящую, как его математика».

Ньютон не откликнулся на призыв, и этим занялись физики континентальной школы. Из переписки Гюйгенса видно, что сомнений в правильности сделанного Ньютоном у него не было, но он хотел выяснить «происхождение движений» планет. Гюйгенс и Лейбниц, который был к нему в научном отношении близок, наиболее тщательно изучали не теорию тяготения Ньютона, а гидродинамику «Начал», и это понятно, так как именно гидродинамика была нужна для попыток объяснить тяготение движениями в эфире.

Часто говорят, что картезианские традиции мешали распространению идей Ньютона. Это, может быть, не совсем так. Если взять, скажем, некролог Ньютона, написанный Фонтенелем, который был французом и картезианцем «по должности», то видно, что он понимает, что небесная механика Ньютона верна. У него есть и аргумент с кометами и теория Луны, но непонятность тяготения ему не нравится. Было, конечно, очень трудно решить, что не нужно пытаться понять тяготение, что не это нужно делать.

С другой стороны, тогдашний аппарат механики, в общем, не позволял пойти дальше Ньютона. В некотором смысле стало непонятно, что делать дальше.

Англичане, конечно, считали создание «Начал» великим национальным достижением, Ньютона — гордостью английской науки и Англии, они были очень довольны тем, что именно в Англии открыта истинная «Система мира». И форма и содержание «Начал» стали в Англии научной догмой. К тому времени, когда выросло поколение молодых людей, прочитавших и изучивших «Начала» — на что ушло лет 10—15, Ньютон переехал в Лондон, стал президентом Королевского общества, эти молодые люди стали его учениками, которых он делал профессорами физических и математических кафедр по всей Англии. Они писали книги, в которых излагалась механика Ньютона, вероятно, по тому рецепту, по которому Ньютон сам советовал изучать «Начала»: первые три раздела книги первой и книгу третью.

Ньютон, создавший «Начала», довел до предела геометрические методы в механике. Все изложение ведется на чертежах и все делается в техническом смысле по Аполлонию и Евклиду. Часто говорят, что это сделано для доступности, но, я думаю, это не так. Ясно, что не было никакой возможности в то время, когда он работал над «Началами», использовать координатные и аналитические методы в той форме, в какой ими сейчас пользуются. Прошло много десятков лет, прежде чем механика была записана и сформулирована в том виде, в каком мы ее знаем. Ньютон пользовался геометрическими методами не потому, что это было более понятно, а просто потому, что у него не было выбора. Если он хотел решать задачи механики, то должен был решать их геометрически, поэтому Ньютону и потребовалась геометрическая форма теории пределов первой главы Книги I «Начал». Однако дальше двигаться методами Ньютона было уже невозможно. Если физика «Начал» открывала для исследования обширнейшие области, то математическая техника этой книги приводила в тупик.

Поэтому механика в течение длительного времени в Англии не развивалась. Для того чтобы сделать следующий шаг, нужно было механику сформулировать заново в аналитической форме. По иронии судьбы это было сделано в школе его противника Лейбница, с которым Ньютон вел ожесточенную, успешную, а на самом деле совершенно беспредметную войну за приоритет в изобретении анализа. Ученики Лейбница начали записывать уравнения движения в аналитической форме. Первым стал писать такие уравнения Лейбниц, но он решал только простые задачи, намного более простые, чем то, что делал Ньютон.

Решительный шаг был сделан Эйлером, который в 1736 г. написал книгу «Механика, аналитически изложенная», изданную Петербургской Академией наук, основанной в 1725 г. Основывали ее, пользуясь проектами и меморандумами Лейбница. Лейбниц был принят Петром I на русскую службу в 1713 г., зачислен тайным советником и получал жалование.

В предисловии к своей «Механике» Эйлер писал, что, изучая механику, он обнаружил, что не может решать новых задач геометрическими методами Ньютона: «хотя мне казалось, что я достаточно ясно понял реше-

ние многих задач, однако задач, чуть отступающих от них, я уже решить не мог». Это заставило его переформулировать механику аналитически. В книге Эйлера задачи решались почти современными методами.

С этого времени начинается стремительное развитие небесной механики, в основном трудами пяти человек: самого Эйлера (1707—1783), Клеро (1713—1765), Даламбера (1717—1783), Лагранжа (1736—1813) и Лапласа (1749—1827). Эти люди начали развивать дальше теорию Луны, а также рассчитывали действие Юпитера и Сатурна на другие планеты и друг на друга. Развитие теории шло драматично — все время какое-то неравенство не удавалось объяснить. Тогда начинали сомневаться в законе  $1/r^2$ , что было естественно — весь этот период продолжали надеяться объяснить тяготение эфиром и отклонения от закона Ньютона были желанными; казалось естественным, что такой странный, необоснованный закон не может быть точным; гидродинамика эфира должна давать что-то более сложное. Однако с улучшением расчетов отклонения исчезали. Так, еще у Ньютона в «Началах» было очень глухо приведено число для прецессии перигея Луны, связанного с ускорением, вызванным действием Солнца. Расчет давал цифру, в два раза меньшую наблюдаемой. Клеро обнаружил, что, хотя параметр разложения порядка 0,07, коэффициент при втором приближении велик и в результате во 2-м порядке согласие уже неплохое.

Впоследствии, уже в XIX в., в архиве Ньютона нашли расчет второго приближения, сделанный самим Ньютоном уже в Лондоне, он его не напечатал.

В руках названных пяти человек небесная механика достигла полного развития — с высокой точностью описывались все явления в Солнечной системе. Итогом всего была «Небесная механика» Лапласа, который устранил последние из известных тогда трудностей. Лаплас и его предшественников называют обычно математиками, но в некотором отношении был прав Ландау, говоривший, что они собственно были физиками-теоретиками, то, что они делали в небесной механике, было, конечно, настоящей теоретической физикой.

Несмотря на все успехи в XIX в. вопрос о точности закона тяготения продолжал беспокоить людей; делали все более точные и сложные расчеты, все более точные наблюдения. В конце концов отклонение от теории

нашлось: было показано, что расчетная преломляющая перигея Меркурия, вызванная действием других планет, равна  $5557''$ , а наблюдаемая —  $5599''$  в столетие. Это расхождение было уже реальным, устранить его не удавалось, и оно объяснилось, когда Эйнштейн создал теорию тяготения без дальнего действия, из которой следовало, что на малых расстояниях тяготение действительно отклоняется от закона  $1/r^2$ .

Вернемся в XVII в. и рассмотрим, что сам Ньютон думал о тяготении. Ньютон не был ньютономанцем — он не думал, по-видимому, что тяготение есть первичное явление, не нуждающееся в объяснении, хотя многие потом так считали и одним из первых был его ученик Котс, автор предисловия ко второму изданию «Начал».

Среди многих людей, которых Декарт убедил в неприемлемости дальнего действия, был Ньютон — до «Начал» он строил модели, где тяготение объяснялось эфиром, продолжал это делать и потом. В конце его книги «Оптика», последнее издание которой при жизни Ньютона вышло в 1721 г., находятся «Вопросы». В вопросе 21 Ньютон снова обсуждает гипотезу о том, что тяготение обусловлено действием эфира и предлагает конкретный механизм. Дальнее действие как исходный факт его не удовлетворяло.

Во времена Ньютона в Англии жил священник Бентли, сделавший потом большую карьеру. Ему предложили прочитать курс лекций, который должен был содержать опровержение атеизма и доказательство Бытия Божьего. Бентли слышал, что здесь полезна небесная механика, и решил воспользоваться ею. Он обратился к ученику Ньютона Крейгу, прося совета, как лучше изучать «Начала». Крейг прислал ему список около 40 книг, видимо, рекомендовав читать Аполлония и т. д. Бентли понял, что этого ему не одолеть, но он, видимо, был человеком настойчивым, он не бросил эту затею, а написал письмо Ньютону, опять с вопросом, как изучать «Начала». Ньютон прислал ему сокращенную программу и объяснение, что все «Начала» изучать не надо, а нужно изучить три раздела первой книги, а затем третью книгу. Так или иначе, Бентли прочел курс из 8 лекций, и последние лекции были о том, как из небесной механики следует Бытие Божье. Когда уже лекции были в корректуре, он стал сомневаться, правильно ли он все объяснил, и еще раз об-



ратился к Ньютону за разъяснениями. Ньютон ему прислал несколько писем.

Одна из основных идей Бентли заключалась в том, что закон всемирного тяготения осуществляется путем божественного вмешательства. Бог вездесущ, все знает и для него не составляет труда знать, как Солнцу, даже если оно находится на большом расстоянии, должно притягивать планету.

Ньютон в своем ответе возражает против того, что всемирное тяготение является внутренним свойством материи. Он пишет, между прочим, что он считает абсурдным и непостижимым, чтобы тяготение передавалось через пустое пространство, без какого-нибудь агента. «Является ли, однако, этот агент материальным или нематериальным, предоставляю судить самим читателям».

В конце второго издания «Начал» он написал «Общее поучение» — несколько странное на современный взгляд, которое может дать повод утверждать, что, когда он его писал, он также придерживался гипотезы, что всемирное тяготение передает Бог. Но при внимательном чтении видно, что он все же этого не сказал. Он верил, что Бог действительно физически вездесущ. Более того, он прямо писал, что Бог заполняет все пространство и тем не менее сопротивления движению планет не оказывает. Но поручить Богу регулировать движение планет он, кажется, не хотел.

Когда Ньютон в «Общем поучении» в конце «Начал» переходит к природе тяготения, он высказывается очень осторожно: «Причину же этих свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю». Ньютон, когда он имел определенное мнение, высказывался однозначно, здесь же он уклонился от утверждения.

В «Оптике» гипотеза эфира как причины тяготения высказана явно, конечно, именно как гипотеза. Нужно сказать, что, обсуждая там же другие модели эфира, Ньютон в тех случаях, когда они ему казались неудовлетворительными, ищет явные возражения, а здесь этого нет.

Переписка Ньютона и Бентли была издана отдельной книгой. Эту книгу любил Фарадей. Когда Фарадей развивал представления об эфире, он цитировал Ньютона и ссылаясь на него. Дальше Максвелл создал математическую теорию, реализовавшую идеи Фарадея, и

дальнодействие исчезло из электромагнитных взаимодействий. Потом Эйнштейн выбросил эфир из теории электромагнитного поля и создал полевую теорию гравитации. Потом Дирак проквантовал электромагнитное поле, и силы тоже исчезли. Взаимодействие свелось к обмену частицами.

Таким образом, идеи Декарта в некотором смысле реализовались. Можно проследить, как идеи передавались от одного человека к другому. Конечно, то, что получилось, абсолютно непохоже на то, что представлял себе Декарт.

Леон Розенфельд в своей статье «Ньютон и закон тяготения» писал, что Ньютон как ученый потерпел полную неудачу; он не достиг своих главных целей: он хотел знать, как построена Вселенная, как объяснить тяготение, и ни того, ни другого он не сумел сделать. Тяготения он не мог объяснить и истинных размеров Вселенной не представлял, а знал лишь Солнечную систему. Розенфельд думал, что отказ от гипотез в конце «Начал» был выражением чувства неудачи и разочарования. Но убеждение, что надо различать факты, доказанные на опыте, от гипотез, у Ньютона всегда было очень сильно с самого начала его работы. Финал «Начал» есть почти точное повторение того, что он написал в своем трактате о свете, где он говорит, что из опыта вытекает существование некоторых свойств света: возьмем их в качестве основы дальнейших заключений и не будем «смешивать домыслы с достоверностями». Ньютон очень остро чувствовал, что в физике в данный момент может быть доказано и сделано, и это чувство не ослабело на всем протяжении его жизни.

Что касается масштабов Вселенной, то в популярном очерке, который Ньютон написал как первый вариант третьей книги «Начал», имеется оценка звездных расстояний. Рассуждение очень простое. Ньютон начинает с замечания, что средняя яркость Сатурна равна приблизительно видимой яркости ярких звезд. Какую часть света, испускаемого солнечной полусферой, отражает Сатурн? Надо взять  $\pi a^2$ , где  $a$  — угловой радиус Сатурна, поделить на  $2\pi$  — тот телесный угол, в который идет излучение полусферы Солнца, и умножить на альбедо, которое Ньютон принял равным  $1/4$ . Тогда получим, что полусфера Сатурна отражает долю излучения Солнца, равную  $a^2/8\pi$ . Отсюда видно, на какое рас-

стояние надо поместить звезду, если ее яркость сравнима с яркостью Солнца, для того, чтобы она имела такую же видимую светимость, как Сатурн. Очевидно, что расстояние до звезды должно быть в  $\frac{\sqrt{8\pi}}{\alpha}$  больше, чем

до Сатурна. Формулы у Ньютона нет — он прямо подставил числа и получил вполне разумную величину  $10^{+6}$  астрономических единиц (астр. ед. — расстояние Земля—Солнце).

Почему-то в учебниках астрономии и в историях астрономии об этом не сказано.

Вообще у Ньютона было очень сильно чувство незавершенности науки, чувство, что все только начинается. Он интересовался тепловыми и электрическими явлениями. В письме одному из своих корреспондентов он пишет, что в последнее время занимался изучением интересного явления, которое возникает, если поднести иглу к натертому янтарем лоскуту: появляется искра — это напоминает молнию. Это было в 1716 г.

Ньютон в конце жизни ясно понимал, что все только начинается, но в английском обществе господствовали другие мнения. Большинство считало, что наукой заниматься не стоит, это бесполезно. Люди, создавшие Королевское общество, ожидали больших успехов — вплоть до полетов на Луну и, видимо, считали, что это будет скоро. По существу, они и не очень ошиблись, они, может быть, думали, что это будет лет через 30, а получилось — через 300. Но тогда, наверное, было впечатление полной неудачи. Возникла, правда, «Система мира», но она годилась только для проповедей. Была скромная надежда получать пользу от науки — еще Галлей писал Ньютону, что если бы доработать теорию Луны до достаточной точности, то можно было бы проверять по ней часы и определять долги.

Но довести теорию Луны до такой точности не удалось Ньютону и не удавалось еще долго, в течение почти всего XVIII в. — слишком много было неравенств. И хотя по инициативе Ньютона была назначена специальная премия за создание лунных таблиц, которые позволили бы определять время, но премию эту в конце концов отдали не астрономам, а часовщику; человек по фамилии Гаррисон, следуя идеям Гюйгенса, разработал пружинный хронометр и тем решил проблему долгот.

Таким образом, считалось, что наука неинтересна и бесполезна. Если вы прочитаете Свифта (а «Гулливер» был написан как раз под конец жизни Ньютона), то там отношение к Королевскому обществу, которое описано в виде Лапутянской академии, враждебное и издевательское. Правда, Свифт был тори и к новой Англии — Англии надвигающегося промышленного переворота, Англии вигов — был вообще враждебен, но не один Свифт так думал. Так же думал, например, и Джонсон, известный и очень влиятельный писатель и публицист XVIII в.

Еще в самом начале деятельности Королевского общества епископ Спрат написал книгу, которая называлась «История Королевского общества», но это была не история (Обществу тогда было 5 лет), а скорей программа. Джонсон пишет, что «это одна из немногих книг, которая благодаря изысканности чувств и изящества изложения не утратила ценности, хотя она написана на расплывчатую и скоропроходящую тему. «История Королевского общества» читается сейчас не ради того, чтобы узнать, какие дела в нем тогда вершились, а чтобы посмотреть, как описывает эти дела Спрат».

Это началось еще при жизни Ньютона. Упало число членов Королевского общества, в кассе Общества не было денег. Ньютон разработал несколько проектов реформы, в том числе он предлагал, например, ввести заработную плату лаборантам, хотел сделать из Общества учреждение. Из этого ничего не получилось.

Таким образом, к середине XVIII в. наука в Англии стала не модной и пришла в упадок. Если говорить о механике и математике, то этот упадок, может быть, был обусловлен не только тем, что наука, не оправдав надежд, стала не столь почитаемой, но и тем, что ученики Ньютона слишком старательно хранили не только дух, но и букву «Начал». Среди них были люди талантливые, кое-что они сделали, но, следуя полностью методам учителя, они не смогли сделать то, что сделали французы и Эйлер, которые приняли основные идеи Ньютона, но стали делать все по-новому.

Начиная с середины XVIII в. научное лидерство вплоть до времени Фарадея переходит к Франции. В Англии же физика и математика начинают оживать, когда поднявшаяся высоко волна промышленной рево-

люции потащила, так сказать, науку вперед, но это уже совсем другая тема.

## Послесловие автора

В основу этих очерков легли лекции, читавшиеся автором в начале 1972 г. в аудиториях физиков в Москве и Ленинграде.

По многим причинам у автора, физика-теоретика, а не историка физики, не было возможности с достаточной полнотой изучить источники и литературу по истории механики XVII в. Картина ее развития, изложенная выше, основана на сравнительно узком круге материалов. Поэтому для меня было весьма ободряющим знакомство с превосходной книгой историка науки, профессора Р. Вестфаля «Силы в физике Ньютона», вышедшей в США в 1971 г. Название этой книги уже, чем ее содержание: по существу, это история развития механики от Галилея до Ньютона, излагаемая на основе исчерпывающего анализа научной литературы XVII в. Книга Вестфаля была недоступна для меня в то время, когда я читал лекции, но выводы относительно развития механики в предньютоновский период, к которым я пришел, в основном совпадают с выводами Вестфаля, отмечающего заторможенный характер развития механики в это время и указывающего две причины: «запутанность представлений» и ложное направление поисков, связанное с влиянием «механической философии» Декарта.

В отличие от Р. Вестфаля, я считаю, что именно механическая философия Декарта, а не «запутанность представлений» была основной причиной задержки в развитии механики. Неоспоримо, что «геометры» XVII в., как называли себя тогдашние теоретики, путались, работая с несформулированными четко понятиями силы, массы, «естественного» и «неестественного» движений и другими. Выше уже приведены примеры недоразумений такого рода; в обширной книге Р. Вестфаля можно найти много других. Однако такие затруднения не мешали Гюйгенсу уже в конце 50-х годов безошибочно решать задачи динамики, так же, как путаница с силой инерции не мешала Ньютону в конце 80-х годов решать сложнейшие задачи небесной механики. Основной при-

чиной тогдашней задержки в развитии механики я считаю Декартову программу близкодействия; если бы не она, то не видно, что могло бы помешать, например, Гюйгенсу сделать в 1659 г. то, что Ньютон сделал в 1665, а Гук, Рен и Галлей — в 80-е годы.

Некоторые утверждения, содержащиеся в этих очерках, либо основаны на предположениях, либо расходятся с имеющимися в литературе, либо могут просто показаться неясными. В той степени, в какой они мне известны, я поясню их ниже.

1. Существование связи между работой Ньютона над всемирным языком и тем обстоятельством, что его тьютором был Пуллейн, есть мое предположение, основанное на хронологическом совпадении.

2. В литературе существуют разногласия по поводу того, повлиял ли Барроу на Ньютона или нет. Основной аргумент в пользу второй возможности — отсутствие упоминаний о Барроу в бумагах Ньютона. Аргумент кажется мне неубедительным; в черновиках человека, занимающегося физикой или математикой, обычно содержатся расчеты и доказательства, не многие упоминают там имена и фамилии. Вторым аргументом является история, рассказанная в старости самим Ньютоном, о том, как он начал заниматься математикой летом 1663 г., чтобы разобраться в книге по астрологии; возможно, что это так и было, но предположение, что осенью 1663 г., когда Барроу уже был профессором в Тринити и тьютором Ньютона, тот самостоятельно изучал литературу по физике и математике, кажется мне невероятным.

3. Утверждение, что Ньютон «можно сказать, свел Лейбница в могилу» (стр. 20), имеет следующий смысл. Ньютону удалось убедить современников, что, говоря словами Фонтенеля, Лейбниц, как Прометей у Зевса, похитил у него «небесный огонь» нового анализа. Репутация Лейбница была крайне подорвана, хамство ганноверских придворных чиновников, от которых Лейбниц зависел, было безудержным; мне не кажется чрезмерным утверждение, что это сократило жизнь Лейбница.

4. Описание (стр. 21) того, как Кеплер выводил третий закон, — модернизированное истолкование. Терминология Кеплера неясна, многие историки механики считают, что его рассуждение содержит компенсирующиеся ошибки.

5. Все остальные выводы в этих очерках также даны в модернизированной форме; надеюсь, что искажений их содержания не возникло.

6. Мое суждение о причинах, по которым Ньютон определял массу через плотность, противоречит распространенному в литературе мнению, согласно которому такой подход связан с атомистической философией. Мне кажется, что в такой гипотезе нет необходимости.

7. Обычно ищут другие причины того, что Ньютон отдельно рассматривал I и II законы движения, чем те, которые указаны в очерках. В пользу изложенной выше интерпретации говорит, мне кажется, еще и то, что разделение движения на две составляющие есть уже у Галилея. Если Ньютон считал, что он формализует изложение Галилея, то тогда становится естественным и то, что он приписывал Галилею открытие как первого, так и второго закона.

8. Г. Герлак в статье «Ньютон и Эпикур» приводит интересные аргументы в пользу того, что взгляды Ньютона на природу тяготения менялись во времени и что в период 1687—1706 гг. он все же придерживался теории прямого божественного вмешательства, но позже вернулся к гипотезе эфира. Аргументы, основанные на анализе изменений в текстах прижизненных изданий Ньютона, как мне кажется, делают гипотезу о том, что его взгляды менялись со временем, правдоподобной. Думаю, однако, что Ньютон в указанный период не сделал окончательного выбора. В пользу этого есть прямые указания. Близкий в те годы к Ньютону Фатио Дюилье, знавший также Лейбница и Гюйгенса, писал 30 марта 1694 г. Лейбницу: «г. Ньютон еще не сделал выбора между двумя возможностями (*est encore indetermine entre ces deux sentiments*). Согласно первой тяготение присуще материи по непосредственной воле Создателя Вселенной, согласно второй — тяготение производится механической причиной, найденной мною...» Дальше Фатио описывает свой вариант гипотезы эфира. Оставляя в стороне вопрос о том, насколько Ньютон был готов принять конкретную гипотезу Фатио, я думаю, что он в те годы был, действительно, в нерешительности.

К сожалению, я не могу дать сноску в тексте и полного списка литературы и должен ограничиться описанием основных материалов, которыми я пользовался.

Некоторые дополнительные сведения о литературе содержатся в тексте очерков.

Великолепное издание «The Correspondence of sir Isaak Newton», т. I—VI, Cambridge University Press, 1959—1970, содержит не только переписку Ньютона, но и другие документы и обширный справочный аппарат. Я пользовался трудами Ньютона в русских переводах, а также немецким переводом «Начал» Вольферса, где имеется текст, по-видимому, представляющий первый популярный вариант «Системы мира». Очень полезным был также сборник «Isaak Newton Papers and Letters on Natural Philosophy». Cambridge Mass., 1962, книга F. Manuel «A portrait of Isaak Newton». Cambridge Mass., 1968 и сборники «Исаак Ньютон». М.—Л., 1943; «У истоков классической науки». М., 1968; «Физика на рубеже XVII—XVIII веков». М., 1975, где, в частности, содержится перевод статьи Герлака, упомянутой выше. Сведения о философском языке Ньютона взяты из книги Э. Свадоса «Как возникнет всеобщий язык?» М., 1962. Сведения о Робервале и Кеплере взяты в основном из книги П. Дюгема «Физическая теория, ее цель и строение». Спб., 1910. Новое обсуждение доньютоновской механики содержится в книге M. Fierz «Entwicklungsgeschichte der Mechanick». Berlin—Heidelberg—New-York, 1972. Сведения о Гюйгенсе взяты в основном из книги У. И. Франкфурта и А. М. Френка «Христиан Гюйгенс». М., 1962. В литературе можно найти самые разные оценки Ньютона как человека. Со временем они в среднем ухудшаются; если биографы XIX в. склонны к панегирикам в стиле «вся его жизнь была длительным размышлением», то последний его биограф Ф. Мануэль рисует портрет злобного человека с паталогически деформированной психикой. Мне кажется, что ближе всех к истине был С. И. Вавилов в своей книге «Исаак Ньютон», хотя в то время, когда эта книга уже писалась, очень многое было еще неизвестно.



*Игорь Юрьевич Кобзарев*

## **НЬЮТОН И ЕГО ВРЕМЯ**

Гл. отраслевой редактор *В. П. Демьянов*

Редактор *А. А. Кутузова*

Мл. редактор *Н. А. Львова*

Обложка художника *Б. Н. Саконтикова*

Худож. редактор *М. А. Гусева*

Техн. редактор *Л. А. Кирякова*

Корректор *В. И. Ширяева*

**ИБ № 2003**

Т 08331. Индекс заказа 84005. Сдано в набор 27.02.78 г. Подписано к печати 14.04.78 г. Формат бумаги 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бумага типографская № 1. Бум. л. 1,0. Печ. л. 2,0. Усл. печ. л. 3,36. Уч.-изд. л. 3,40. Тираж 49 650 экз. Издательство «Знание». 101835, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Заказ 456. Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.  
Цена 11 коп.

